Mapp. P.
461 z

Math. P.
461 m

Allgemeine Regel der Rechenkunst,

oder

neueste Art,

alle Aufgaben,

in welchen etwas eine Verhältniß zu andern Dingen hat, kurz und leicht aufzulösen.

In holländischer Sprache

von

K. F. de Rees

verfertiget,

nunmehro übersetzet

von einem

Liebhaber mathematischer Künste.

Sechste verbesserte Auflage.

Bremen,
bey Georg Ludwig Förster. 1787.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Es ist bereits, bey Gelegenheit der zweyten Ausgabe dieses brauchbaren Rechenbüchleins, in verschiedenen gelehrten Zeitungen und sonst, bekannt gemacht worden, daß ich an demselben einigen Antheil habe. Ich trage daher kein Bedenken, sondern finde vielmehr nöthig, dem Leser eine kurze zuverläßige Nachricht davon zu geben.

Das Original ist in holländischer Sprache abgefasset; diese deutsche Uebersetzung aber nicht daraus, sondern aus einer französischen Uebersetzung gemacht worden. Der berühmte Herr Hofrath und Professor Ludewig Martin Kahle hat sie im Jahre 1739 verfertiget. Verschiedene erhebliche Ursachen veranlasseten ihn damals, von mir nicht allein die Uebersetzung übersehen, sondern auch die Exempel nachrechnen zu lassen. Bey dieser ersten Ausgabe derselben ist indessen nichts zugesetzet oder geändert worden, sondern man hat sich lediglich nach der französischen Uebersetzung gerichtet.

Als der Verleger im Jahre 1743 die zweyte Ausgabe drucken lassen wollte, habe ich auf dessen Begehren die Uebersetzung nach dem französischen Exemplar von neuen übersehen und ausgebessert, alle und jede Exempel nochmals mit Fleiß nachgerechnet, anstatt der auswärtigen Münzen, Maassen und

und Gewichte meistentheils einheimische gebrauchet, hin und wieder kurze Beweise, imgleichen ganze Rechnungsarten und neue Exempel zugesetzet, wie unter andern S. 82. bis 110. zu sehen, und wodurch das Büchlein damals ungefähr um sechs Bogen stärker geworden ist. Damit inzwischen des Verfassers Arbeit von der meinigen sicher zu unterscheiden seyn mögte, habe ich dasjenige, was ich zugesetzet oder umgeschmolzen habe, kleiner drucken lassen, als was aus der ersten Ausgabe unverändert beybehalten ist.

Bey dieser vierten Auflage sind alle und jede Exempel abermals mit allem Fleiß nachgerechnet, auch hin und wieder in Ansehung der deutschen Schreibart und Rechtschreibung einige geringe Aenderungen gemacht worden. Daneben sind einige Exempel in anderer Ordnung, nämlich nach der S. 88. gegebenen Regel, hingesetzet. Im übrigen aber ist es bey der Seitenzahl und die Seiten unverrückt geblieben, daß also

also die Liebhaber, welche die vorige Ausgabe besitzen, nicht nöthig haben, die gegenwärtige anzuschaffen.

Die Vorrede zu der ersten Ausgabe ist weggeblieben, weil ich Ursache habe zu glauben, daß der Herr Hofrath Kahle, ein Mann, der mir, ohne einmal diese Absicht zu hegen, vielen wahren Nutzen gestiftet, wohl damit zufrieden seyn wird.

Ich hätte einige Zusätze beyfügen können, bin auch gesonnen gewesen, die Gründe dieser Rechnungsart in der Vorrede in geometrischer Ordnung vorzutragen, und dadurch den Gebrauch dieses Büchleins zu erleichtern. Allein ich finde, daß es sich so kurz und leicht nicht thun lässet, als ich mir vorgestellet hatte. Und daher muß ich es wegen Mangel der Zeit dabey bewenden lassen. Vielleicht aber dürfte diese Einleitung nebst einigen Zusätzen bald nachfolgen.

Immittelst will ich ein paar Schriftsteller, die mir gleich einfallen, und wovon ich wenigstens einen oder den andern in des Lesers Händen zu seyn vermuthe, namhaft machen, wobey ein Rechnungsverständiger sich vorläufig Raths erholen kann. Die ganze Kettenregel gründet sich auf die Lehre von der zusammengesetzten Verhältniß, und hiervon hat wohl niemand deutlicher gehandelt, als der Herr Professor Segner in seinen Vorlesungen. Wiewohl er die Anwendung auf unsre Regel nicht machet. Wer sich die Mühe nimmt, des Herrn von Clausberg demonstrative Rechenkunst durchzulesen; dieses aber ist eine Sache, die ich allen Rechenmeistern, welche sich nicht begnügen wollen, einige Aufgaben nebst deren Auflösungen auswendig zu können, mit allem Fleiß anrathe; der wird, wenn es ihm sonst nicht an erforderlicher Fähigkeit gebricht, die Gründe unsrer Regel wohl einsehen lernen. Herr Lappenberg hat einen besondern lateinischen Aufsatz von den Gründen der Reesischen Regel drucken lassen. Ich

muß

muß aber bekennen, daß ich ihn nicht verstehe, und die Sprache ist auch nicht für alle, die dieses Buch gebrauchen. Mehrere Exempel zur Kettenregel, sonderlich zur Wechselrechnung, findet man in Wirz Wechselarbitragen-Tractat fast durchgehends. Auch hat der geschickte und fleißige Herr Rector Stritter zu Idstein, in seinem Exempelbuch zu den nöthigsten Aufgaben der Rechenkunst, sich die Mühe genommen, die Brauchbarkeit der Reesischen Regel zu zeigen, und sie zu erleichtern. Göttingen, den 24sten Heumonats, 1751.

Mich. Lor. Willig,

Sekretär der Stadt Göttingen.

Vorbereitung
zur
Allgemeinen Regel.

Wer zu völliger Erkenntniß dieser allgemeinen Regel kommen will, muß vor allen Dingen wissen, was eine Verhältniß sey. Weil dieses denjenigen unbekannt ist, welche weder in der Rechenkunst noch in der Feldmeßkunst geübt sind, so will ich suchen, davon mit wenigen Worten einen so klaren Begriff als möglich mitzutheilen. Es wird dieses um so viel nöthiger seyn, je mehr sich dasjenige darauf gründet, was in der Folge davon soll gesagt werden.

Ohne uns bey mathematischen Kleinigkeiten aufzuhalten, heissen wir die Verhältniß der Zahlen zu einander verständlich und kurz:

Wenn zwischen zwo oder mehr Zahlen eine gewisse Relation und Uebereinstimmung befindlich ist.

Dergleichen hat nun statt:

I. Wenn eine Zahl aus der andern entstehet.
II. Wenn eine den Werth der andern ausmacht.
III. Wenn sich eine Zahl von der andern sagen läßt.
IV. Wenn sich die Grösse der einen nach der andern richtet.

V. Wenn eine Zahl von der andern gefragt wird, und desgleichen.

Wir wollen dieses durch einige Exempel deutlicher zu machen suchen.

I. Wenn man mit 100 fl. Capital 4 fl. Zinsen gewinnet; so sagt man, daß die 100 fl. und die 4 fl. eine Verhältniß zu einander haben, weil die 100 fl. als die Ursache der 4 fl. die man gewinnet, anzusehen sind.

II. Wenn 3 Ellen Zeug 24 fl. kosten; so sagt man daß 3 Ellen und 24 fl. eine Verhältniß zu einander haben, weil die 24 fl. den Preis oder den Werth der 3 Ellen ausmachen.

III. Wenn der vierte Theil der Güter eines Menschen in 6000 fl. besteht; so sagt man, daß $\frac{1}{4}$ und 6000 eine Verhältniß zu einander haben, indem die 6000 fl. ein Theil der Güter genannt werden.

IV. Wenn ein gewisses Kornmaaß 4 fl. kostet; und ein Brodt von gesetzter Grösse kostet 3 pf., so sagt man, daß die 4 fl. und die 3 pf. eine Verhältniß unter sich haben; weil der Preis des Brodts nach dem Preise des Korns eingerichtet ist.

V. Wenn man fragt, wie viel 37 Ellen kosten; siehet man wohl, daß die 37 Ellen zu dem Preise, welchen sie kosten, eine Verhältniß haben, ob dieser gleich noch nicht bekannt ist; denn es wird eben nach dem Preise der 37 Ellen gefraget.

Kurz: weil ich alle Zahlen so ansehen kann, als ob sie aus einer jeden andern bestimmet werden,

so kann ich sagen, daß jede zwo Zahlen eine gewisse Verhältniß zu einander haben; ob man gleich in solchen Fällen, wo es auf die Verhältniß nicht ankömmet, zu sagen pfleget, die Zahlen haben keine Verhältniß zu einander.

Die itzt angeführten Exempel und Sätze handeln nur von der Verhältniß zwoer Zahlen. Es kann aber dergleichen auch unter vielen Zahlen Platz finden. Z. E. 100 fl. gewinnen in 12 Monaten 4 fl. Hier heisset es auch, daß die 100 fl. und 12 Monate zu den 4 fl. eine Verhältniß haben; weil beyde die 4 fl. Zinsen verursachen, denn die 100 fl. gewinnen so wenig 12 Monate, als 12 Monate 100 fl. Ja die 100 fl. allein, und ohne die Zeit betrachtet, bestimmen eben so wenig die 4 fl. Zinsen, als die Zeit allein, ohne zugleich auf das Capital zu sehen. Folglich sind die beyden Zahlen zusammengenommen der Grund der 4 fl. Interesse. Denn ich kann nicht sagen, daß 100 fl. oder ein jedes anderes Capital vor sich genommen, 4 oder mehr fl. Zinsen verschaffen, ohne daß ich daben zugleich eine gewisse Zeit, wie lange dasselbe auf Zinsen stehet, benenne, oder im Sinne habe. Kurz: es ist klar, daß die Grösse oder Zahl der Zinsen weder aus der Zeit allein, noch aus dem Capital allein, sondern vielmehr aus der Zeit und dem Capital zugleich bestimmet wird. Eben also verhält es sich mit dem folgenden und anderen dergleichen Exempeln, wo eine oder mehrere Zahlen, aus verschiedenen zusammengenommen, bestimmet werden. In dem Exempel von dem Graben kann ich nicht sa-

gen, daß 12 Menschen einen Graben machen, wenn ich nicht zugleich eine gewisse Zeit setze, binnen welcher die Arbeit verfertiget wird; und auf der andern Seite lässet sich ein Graben nicht anders denken, als mit einer gewissen Länge, Breite und Tiefe. Demnach ist die Arbeit einer gewissen Anzahl Menschen, die in einer gewissen Zeit verrichtet wird; oder die Zahl der Menschen mit der Zahl der Zeit zusammengenommen dasjenige, woraus der Graben nach seiner Länge, Breite und Tiefe bestimmet wird. Ferner, in dem Exempel von dem Brodte machet weder der Kornpreis allein, noch das Gewicht des Brodtes allein, den Preis desselben, sondern beydes, nämlich der Kornpreis und das Gewicht des Brodtes zusammengenommen sind dasjenige, woraus der Brodtpreis bestimmet wird. Endlich, in dem Exempel von den Webern siehet ein jeder leicht, daß weder die Weber, ohne ihnen eine gewisse Zeit zu lassen, noch auch die Zeit, ohne daß die Weber ihre Arbeit darinn verrichten, die Leinewand hervorbringen, sondern daß vielmehr die Leinewand nach ihrer Länge und Breite aus beyden zusammengenommen bestimmet wird.

Man kann demnach hierbey bemerken, daß die Dinge, aus welchen zusammengenommen etwas bestimmet wird, auch zusammen gehören, und bey einander bleiben müssen, weil, wenn man dieselben von einander trennet, dasjenige, so daraus bestimmet wird, nicht erfolgen, noch völlig begriffen werden kann. Eben also muß auch dasjenige, so aus

dem

dem ersten bestimmet wird, bey einander bleiben, wenn man es gleich mit mehreren Zahlen ausdrücket. Z. E. Ein Graben nach seiner Länge, Breite und Tiefe.

Eben so, wenn man sagt, daß 12 Menschen in 6 Wochen einen Graben, welcher 100 Fuß lang ist, führen; so siehet man wohl, daß die 12 Personen und die 6 Wochen sich auf gewisse Art zum Graben auf 100 Fuß lang verhalten; weil sie ihn gemacht haben. Die 12 Arbeiter machen keine 6 Wochen aus, noch die 6 Wochen 12 Arbeiter, folglich haben sie keine Verhältniß zu einander; wohl aber sind beyde als die Ursache der verfertigten Arbeit anzusehen; folglich haben sie auch, zusammengenommen, hierzu eine Verhältniß.

Auf gleiche Art spricht man, wenn ein gewisses Maaß Korn 4 fl. kostet, so kostet ein Brodt von 4 Pfund 3 gr. Hier wird bald gemerket, daß der Kornpreis und das Gewicht des Brodts eine Verhältniß zu den 3 gr. haben; weil sich der Brodtpreis nach der Korntaxe und der Schwere des Brodts richtet.

Es geschiehet auch öfters, daß mehrere Zahlen zu vielen anderen eine Verhältniß haben: z. E. Zehn Weber haben in 6 Wochen, da sie in jeder Woche 3 Tage gearbeitet, und zwar nur täglich 8 Stunden, 90 Stück $\frac{7}{4}$ breite Leinewand gemacht: hier siehet man klar genug, daß sich die 10 Weber, die 6 Wochen, die 3 Tage, die 8 Stunden, insgesammt auf die 90 Stück

$\frac{7}{4}$ breites Tuch beziehen; weil die Weber nebst der Zeit die Ursache ausmachen, welche diese Arbeit von solcher Breite zur Würklichkeit gebracht haben. Denn man kann ja keine Leinewand machen, ohne daß sie eine gewisse Breite habe.

Noch ein Exempel: 400 Arbeiter führen in 8 Wochen einen Graben, welcher 100 Fuß lang, 60 breit, und 15 tief ist. Es ist hier abermals offenbar, daß die besagten 400 Arbeiter nebst den 8 Wochen eine Verhältniß haben zu dem Graben, welcher 100 Fuß lang, 60 Fuß breit, und 15 Fuß tief ist. Ferner: Diese Leute machen in der gesetzten Zeit nicht allein die gehörige Länge des Grabens, sondern auch die Breite und Tiefe fertig, (wie denn ein Graben aus nichts anders als aus der Länge, Breite und Tiefe bestehet.)

Nicht weniger finden wir dergleichen Beschaffenheit in hundert andern Fällen, welche in der Folge von uns sollen vorgetragen werden.

Diejenigen nun, welche unsre allgemeine Regel lernen wollen, müssen sich die Begriffe, welche wir jetzo von der Verhältniß beygebracht haben, wohl merken: damit man in einer vorgelegten Aufgabe oder Frage, nach geschehener Untersuchung und angewandter Aufmerksamkeit, die Zahlen gleich von einander unterscheide, welche sich auf einander beziehen. Es ist dieses um so viel nöthiger, weil dieses der Hauptbegriff ist, auf welchem sich, wie wir bald zeigen wollen, die allgemeine Regel gründet.

Erster

Erster Unterricht, wie man die allgemeine Regel setzen soll.

Man muß alle Zahlen, welche in einer vorgelegten Frage befindlich sind, in zweyen Columnen oder Gliedern aufschreiben. Die eine Columne zur Rechten, die andere zur Linken. Hierauf muß man sonderlich wohl acht haben.

Daher müssen diejenigen Zahlen, deren eine aus der andern bestimmet wird, nicht in einerley Columne oder in demselben Gliede stehen; sondern in unterschiedenen gesetzt werden.

Wenn also gesagt wird: 100 fl. bringen 4 fl. so müssen die 100 fl. auf einer Seite stehen, und die 4 fl. auf der andern. Auf diese Art 100 — 4, oder, welches einerley: 4 — 100. Es ist gleichviel, auf welche Seite, es sey die rechte oder linke, die Zahl gesetzt wird; wenn sie nur nicht beyde auf eine kommen. Aus eben dieser Ursache verfährt man also: Wenn 3 Ellen 24 fl. kosten; hier können diese beyden Zahlen folgende gedoppelte Ordnung bekommen.

Ellen 3 — 24 fl.
oder: fl. 24 — 3 Ellen.

Wäre das Exempel dieses: 100 fl. Capital geben in Zeit von einem Jahre 4 fl. Interesse;

so haben die 100 fl. und 12 Monate eine Verhältniß zu den 4 fl. Derohalben muß man die 100 und die 12 auf eine Seite setzen, und die 4 auf die andere, wie folget:

fl. 100 }
Monat 12 } — 4 fl. Interesse.

Oder auch so:

Interesse 4 — { 100 fl. Capital.
{ 12 Monate.

Wir wollen gleich noch einige andere Beyspiele geben, damit man sich in der Art die Zahlen, der allgemeinen Regel gemäß, zu setzen, üben könne.

Zwölf Arbeiter machen in 8 Wochen einen Graben, welcher 100 Fuß lang, 60 Fuß breit und 15 Fuß tief. Diese Zahlen sind also zu setzen:

Arbeiter 12 } — { 100 Fuß lang.
Wochen 8 } — { 60 Fuß breit.
{ 15 Fuß tief.

Oder auf diese Art:

Füsse in der Länge 100 } — { 12 Arbeiter.
in der Breite 60 } — { 8 Wochen.
in der Tiefe 15 }

Zehn Weber haben in 7 Wochen, da sie in jeder Woche 3 Tage gearbeitet, und zwar nur täglich 8 Stunden, 90 Stück $\frac{7}{4}$ breite Leinewand gemacht.

Weber	10	—	90 Stücke Tuch
Wochen	7		$\frac{7}{4}$ Breite.
Tage	3		
Stunden	8		

Oder so:

Stücke	90	—	10 Weber.
Viertheile in der Breite	7		7 Wochen.
			3 Tage.
			8 Stunden.

Zweyter Unterricht
wie man die allgemeine Regel setzen soll.

Wenn man uns eine Frage vorlegt, und wir haben die Zahlen betrachtet, deren eine oder etliche aus einer oder mehr anderen bestimmet werden, sie auch ferner nach der vorgeschriebenen Art eingerichtet: so müssen wir die übrigen Zahlen, welche in eben der Frage noch übrig geblieben, und auf eben diese Weise wie die ersten eingerichtet sind, in zwo verschiedenen Columnen schreiben. Allein hierbey ist folgende Regel zu merken.

Die übrigen Zahlen, die in einer bereits einzurichtenden angefangenen Aufgabe noch fehlen, muß man so in Ordnung bringen, daß Dinge, die

einerley Namen haben, und die auf einer Seite zu stehen kommen, auch, da sie zum andernmal vorkommen, mit ihrer Zahl auf die andere gesetzet werden. Das ist: Es müssen in einer Columne so oft die Namen der Dinge mit den zugehörigen Zahlen seyn, als in der andern. Z. E.:

3 Ellen kosten 24 fl. wie viel kosten 37 Ellen?

Weil hier die 3 Ellen zu den 24 fl. eine Verhältniß haben; so müssen diese beyden Zahlen in zwo unterschiedene Columnen gesetzet werden, nach dem vorigen Unterricht.

Ellen 3 — 24 fl.

Man merke aber auch, daß zur Linken Ellen stehen: dieserhalb muß man die übrigen Zahlen, welche rückständig sind, so setzen, wie zur Rechten, allwo Gülden, und keine Ellen befindlich sind; folglich müssen auch da, nemlich zur Rechten, Ellen seyn, und dis ist die Ursache, warum man die 37 Ellen unter die 24 fl. setzet, und zur Linken, allwo Ellen sind, und keine fl., da muß man die Zahl der fl. setzen. Weil aber diese noch unbekannt ist, so kann man ihren Namen unter die 3 Ellen mit einem Sternchen merken, um anzuzeigen, daß das die Zahl sey, welche man verlanget.

Die Regel erfordert demnach, daß man alles auf diese Art einrichte.

Ellen

Ellen 3 — 24 Gülden.
Güld.* — 37 Ellen.

Hierbey kann man anmerken, daß die Zahlen, welche eine Verhältniß unter einander haben, nach dem eben itzt gegebenen Unterricht in unterschiedenen Columnen stehen können; wenn nur die 3 Ellen in der einen Columne befindlich, und die 24 fl. die sich darauf beziehen, in der andern Columne anzutreffen sind, allwo der Name der Ellen fehlet, und die Zahl der Gülden, welche man wissen will, in der ersten geschrieben wird, wo der Name noch nicht ausgedrückt ist. Dabey ist ferner wahrzunehmen, daß diesem Unterrichte gemäß auf beyden Seiten einerley Namen vorkommen. Denn in der ersten sind Ellen und Gülden, und in der andern desgleichen.

Aus dem, was bisher gesagt ist, folget, daß man anfangen kann die Regel zu setzen, wie man es gut findet, wenn man nur diejenigen Umstände und Bedingungen beobachtet, welche in dem bisherigen Unterricht vorgetragen sind. Es ist also einerley, was für eine von den vier Arten man wählet, das folgende Exempel zu setzen.

I.

Ellen 3 — 24 fl.
Gülden * — 37 Ellen.

II.

Gülden 24 — 3 Ellen.
Ellen 37 — * fl.

III.

III.

Ellen 37 — * fl.
Gülden 24 — 3 Ellen.

IV.

Gülden * — 37 Ellen.
Ellen 3 — 24 Gülden.

Man wird völlig überzeuget seyn, daß diese vier verschiedene Arten, einerley Frage anzusetzen, auf eins auslaufen, wenn man nur acht hat, wie sie ausgesprochen werden.

So kann man also die erste aussprechen: Wenn 3 Ellen 24 fl. kosten, wie viel kosten 37 Ellen?

Die andere. Wenn man für 24 fl. 3 Ellen hat, für wie viel fl. kann man 37 Ellen haben?

Die dritte. Wie viel Gülden werden 37 Ellen kosten, wenn 3 Ellen 24 fl. kosten?

Und die vierte. Wie viel Gülden kosten 37 Ellen, wenn man für 24 fl. 3 Ellen bekommt?

Es ist so offenbar, daß alle diese Arten, eine Frage auszusprechen, auf eins hinauslaufen, daß es auch nicht weiter nöthig ist, dieses mit mehrern zu zeigen. Inzwischen kann man nicht glauben, was für Nutzen die verschiedene Einrichtung einer einzigen Frage bringet. Dieserhalb muß man sich nicht wundern, wenn man eben dieselbe Frage bald so, bald anders gesetzt findet. Doch wir kommen zuförderst wieder auf die Anwendung des gegebenen doppelten Unterrichts zurück.

Wenn

Wenn 100 fl. Capital in 12 Monaten 4 fl. gewinnen, wie viel fl. Capital muß man auf Interesse austhun, um 20 fl. in 15 Monaten Profit zu haben. Man weiß schon aus dem Vorhergehenden, daß die 100 fl. Capital und die 12 Monat zu einander gehören, und zusammengenommen eine Verhältniß zu den 4 fl. Zinsen haben, siehe die Anmerk. S. 3. und daher muß man sie also setzen:

I.

Gülden Capital	100	} — 4 fl.	
Monate	12		
Interesse fl.	20 —	{ * fl Capital.	
		15 Monat.	

Man siehet, daß in der ersten Columne Capital, Monate und Interesse gesetzet sind; und diese alle gleichfalls in der andern einen Platz einnehmen, damit die beyden Seiten gleiche Namen bekommen. Betrachtet man aber alle Zahlen der Frage, so finden wir, daß die verlangte Zahl sey: wie viel Gülden Capital? Darum siehet man an ihrer Stelle einen Stern bey dem Wort Capital, und die 15 Monate auf der andern Seite nebst dem Namen Monat; die 20 fl. Interesse aber in der ersten Columne, mit dem Namen Interesse. Wie man in dem vorgemachten Aufsatz siehet.

Eben diese Frage kann auf so vielerley Art gesetzt werden, so vielerley Zahlen da sind. Da nun in der angeführten sechs befindlich, so folget, daß man sie auch auf 6 von einander unter-

terschiedene Arten setzen könne; die andere ist also diese:

II.

Interesse fl. 4. — { 100 fl. Capital.
12 Monate.

Gülden Capital * }
Monate 15 } — 20 fl. Interesse.

III.

Monate 12 }
Capital fl. 100 } 4 fl. Interesse.

Interesse fl. 20 — { 15 Monate.
* fl. Capital.

IV.

Capital fl. * }
Monate 15 } — 20 fl. Interesse.

Interesse fl. 4 — { 100 fl. Capital.
12 Monate.

V.

Monate 15 }
Capital fl. * } — 20 fl. Interesse.

Interesse fl. 4 — { 12 Monate.
100 fl. Capital.

VI.

Interesse fl. 20 — { * fl. Capital.
15 Monate.

Capital fl. 100 }
Monate 12 } — 4 fl. Interesse.

Diese beyden Exempel mögen zureichend seyn, um zu zeigen, daß man eine Frage auf verschiedene Weise einrichten könne. Ja, daß es gleich gut sey, man mag sie setzen wie man will; dis zeigt sich in allen übrigen möglichen Fällen; wenn man nur verhütet, daß die Zahlen, welche eine Verhältniß zu einander haben, oder deren eine oder etliche, aus einer oder mehreren anderen bestimmet werden, mit diesen nicht in einerley Reihe kommen; und darauf siehet, daß in beyden Columnen eine vollkommene Uebereinstimmung der Namen sey. Auf diesen beyden Grundsätzen beruhet das ganze Kunststück, deswegen habe ich mich bemühet, die Sache in der Anmerkung S. 3. deutlicher und begreiflicher zu machen. Ich könnte mich zwar mit dem begnügen, was bereits gesagt ist; ich will aber doch noch einige Exempel geben, welche denjenigen zu Nutzen kommen können, welche sich in unsrer allgemeinen Regel fest setzen wollen.

Wenn 12 Arbeiter einen Graben von 100 Fuß lang in 6 Wochen führen, wie viele Personen muß man haben, um in 4 Wochen einen Graben 300 Fuß lang zu machen?

Menschen 12 }
Wochen 6 } — 100 Fuß lang.

Fuß lang 300 — { * Menschen.
{ 4 Wochen.

Wenn ein Sack voll Korn 4 fl. kostet, und ein Brodt von 8 ℔. kostet 5 gr., wie schwer wird

ein

ein Brodt von 3 gr. wiegen, wenn der Sack voll Korn nur 3 fl. kostet?

Der Sack fl. 4. } — 5 gr.
℔ 8. }

Groschen 3. — { 3 fl. der Sack.
{ * ℔.

Wenn 10 Weber in 7 Wochen, da sie in jeder Woche 3 Tage arbeiten, und den Tag nur 8 Stunden lang, 90 Stück $\frac{7}{4}$ breite Leinewand machen, wie viel Stück $\frac{5}{4}$ breite Leinewand werden 16 Weber in 5 Wochen verfertigen, da sie wöchentlich 6 Tage arbeiten, und 7 Stunden den Tag lang?

Weber 10 }
Wochen 7 } — { 90 Stücke Leinewand
Tage 3 } — { $\frac{7}{4}$ breit.
Stunden 8 }

breit $\frac{5}{4}$ } — { 16 Weber.
Stücke Leinewand * } — { 5 Wochen.
{ 6 Tage.
{ 7 Stunden.

Wenn $\frac{1}{4}$ von den Gütern einer gewissen Person 6000 fl. ausmachen, wie viel machen $\frac{5}{7}$ seiner Güter?

$\frac{1}{4}$ — 6000 fl.
Gulden * — $\frac{5}{7}$ Theile.

Es geschiehet oftmals, daß ein Stück der Frage zugleich in beyden Columnen stehet; oder daß man es nicht durch eine Zahl ausdrückt, sondern

dern bloß durch einen Namen. Z. E. Wenn 12 Menschen in 6 Wochen ein gewisses Werk vollenden; in wie langer Zeit werden 18 Menschen eben das zu Stande bringen?

Man siehet in dieser Frage, daß das Werk oder die Sache nicht durch Zahlen, sondern bloß durch ein allgemeines Wort ausgedrückt ist: aber dis macht keine Schwierigkeit; denn die Sache kommt an die gehörige Stelle zu stehen, es sey nun ihre Zahl, oder ihr Name, oder ein Zeichen, welches sie vorstellt. Man setzt sie z. E. also, wenn man den Namen hinschreibet:

Menschen 12 }
Wochen 6 } — ein Werk.

Das Werk — { 18 Menschen.
{ * Wochen.

Man kann sich auch einiger Zeichen bedienen, welche das abbilden, was durch Zahlen noch nicht vorstellig gemacht ist; dieses geschiehet füglich durch Buchstaben, z. E. durch *X*.

Menschen 12 }
Wochen 6 } — *X*.

X. — { 18 Menschen.
{ * Wochen.

Nicht weniger kann es geschehen, daß dasjenige Glied der Frage, welches durch Zahlen noch nicht ausgedrückt ist, eben dasjenige ist, welches man zu wissen verlangt. Z. E. 1000 Mann können mit einer gewissen Menge Lebensmittel

10 Wochen lang leben; wie viel brauchen 500 Mann von diesen Lebensmitteln, wenn sie 15 Wochen damit auskommen sollen?

Menschen 1000 }
Wochen 10 } — X.

X. * — { 500 Menschen.
{ 15 Wochen.

Hier zeiget X eine gewisse Menge von Lebensmitteln an, gleichwie es in dem ersten Exempel eine gewisse Arbeit oder Werk bedeutete. Weil aber in dem letztern Falle die Zahl der Lebensmittel, so vor 500 Mann auf 15 Wochen erforderlich sind, gefunden werden soll, wird zu dem letzten X, nach S. 10, noch ein Sternchen gesetzet.

Begiebt sichs, daß in einer einzigen Frage viele Glieder stehen, welche durch Zahlen gar nicht ausgedrückt sind; so muß man auf gleiche Art verfahren. Aber damit man sie desto besser von einander unterscheide, ist es am besten, ihre Namen zu brauchen, oder unterschiedene Buchstaben; z. E. eine gewisse Anzahl von Menschen hat einen Graben in 4 Wochen geführt: wie viele Menschen muß man haben, eben dergleichen Canal in 6 Wochen zu machen? Hier setzet man die Namen also:

Menschen }
Wochen 4 } — ein Graben.

Graben — { * Menschen.
{ 6 Wochen.

Nach

Nach dieser Vorschrift muß man bey allen dergleichen Fällen gehen.

Weil diejenigen Dinge, so in dergleichen Fragen mit Zahlen nicht ausgedrücket sind, in der Rechnung nichts ändern können, darf man sie auch gar weglassen, wenn man nur mit den vorhandenen Zahlen nach den bisher vorgetragenen Regeln verfähret, und zugleich bemerket, in welche Columne dasjenige, so gesuchet wird, gehöret.

Dritter Unterricht,

welcher bey dem Gebrauch der allgemeinen Regel zu bemerken.

Wenn man alles wohl gefaßt hat, was die Ordnung der Zahlen betrift, wird es nicht schwer seyn, die Auflösung der Aufgaben selbst, der allgemeinen Regel gemäß, abzunehmen.

Es kommt dabey auf folgende Stücke an:

I. Alle Zahlen, welche sich in einer Columne befinden, müssen durch einander multipliciret werden. Und eben so muß man mit den Zahlen auf der andern Seite verfahren.

II. Sind diese Multiplicationes geschehen, so wird man zwey Producte haben, wovon das eine den Theiler (divisorem) und das andere die zu theilende Zahl (dividendum) ausmacht, aber nicht auf eine gleichgültige Art. Denn das Pro-

duct derjenigen Columne, in welcher der Stern befindlich ist, welcher die Stelle der gesuchten Zahl anzeiget, muß jederzeit der Theiler seyn. Dieses zeiget folgendes Exempel.

Ellen 3 — 24 fl.
Gülden * — 37 Ellen.

168		
72		3 der Theiler.
888		296
28		
18		
0		

In der ersten Columne ist die Zahl 3 allein befindlich, und also ist darin nichts zu multipliciren: aber in der andern stehet 24 und 37, welche, wenn sie durch einander multipliciret werden, folgendes Product 888 ausmachen, welches durch 3 muß getheilt werden; weil die 3 in der Columne steht, in welcher die verlangte Zahl gesetzt worden; nemlich der Stern, welcher die Zahl vorstellt. Ist die Theilung verrichtet, so hat man zum Quotienten 296, und weil dis die Zahl der Gülden ist, welche man suchte, so folgt, daß es die 296 Gülden sind, welche den Preis der 37 Ellen, wornach gefraget worden, ausmachen.

Noch ein ander Exempel:

Wenn 100 fl. Capital in 12 Monaten 4 fl. bringen; wie viel Gülden Capital muß man haben, 20 fl. zu gewinnen in 15 Monaten?

Capital fl. 100 } — 4 fl. Interesse.
Monate 12 }

Interesse fl. 20 — { 15 Monate.
{ * fl. Capital.

100 } — 4.
12 }

20 — { 15
{ *

60

24000 | 60 der Theiler.
| 400

Man muß hier alle Zahlen einer jeden Columne durch einander multipliciren. Ich fange hier von der ersten Columne an, und multiplicire zuerst 12 mit 20, wovon das Product 240 macht; dieses multiplicire ich durch 100, und das Product wird 24000, und weil in dieser Columne die Stelle der verlangten Zahl nicht bemerkt ist, so wird das Product die Zahl seyn, welche dividirt werden muß. In der andern Columne multiplicire ich 15 durch 4, und das Product 60 wird der Divisor, weil es das Product derjenigen Columne ist, in welcher der Stern stehet. Nach geschehener Theilung ist der gefundene Quotient 400, die Zahl der Gülden, welche man auf Interesse austhun muß, wenn man in 15 Monaten 20 fl. Zinse haben will, gesetzt daß 4 von 100 jährlich gezahlt werden. Und dis ist die ganze Rechnung, die man bey dem Gebrauch unserer allgemeinen Regel zu verrichten hat.

Damit man aber das viele Multipliciren, so viel möglich, sparen könne, so haben wir ein Mittel erfunden, solches auf eine ungemeine Art zu verkürzen, und zwar so, daß oft gar nichts zu multipliciren oder zu dividiren übrig bleibt; sondern die übrig gebliebene Zahl eben diejenige ist, welche man suchet.

Dieses zu bewerkstelligen hat man folgende drey Gesetze zu beobachten.

I. Wenn man sowohl in der einen als andern Columne Zahlen findet, welche sich mit Nullen schliessen; so kann man so viel Nullen als man will in jeder Columne ausstreichen, wenn man nur nicht auf der einen Seite mehr als auf der andern weglässet.

II. Findet sich, daß auf beyden Seiten Zahlen stehen, welche einerley sind, so kann man sie sowohl auf der einen als auch auf der andern ausstreichen; aber ja nicht mehr und ja nicht weniger auf der einen als auf der andern.

III. Wenn in jeder Columne Zahlen stehen, welche durch einerley Zahl getheilt werden können, ohne daß etwas übrig bleibt; so kann man sie theilen, die getheilten ausstreichen, und die Quotienten an ihre Stelle setzen.

Hat man die Zahlen auf diese Weise kleiner gemacht, und es findet sich nichts mehr abzukürzen, so fangen sich die Multiplicationes und die Divisiones auf die vorgeschriebene Weise an; gesetzt, daß einige Zahlen zu multipliciren oder zu dividiren übrig sind. Wir wollen gleich zur Ausübung dieser Sätze Exempel geben.

Wenn 100 fl. Capital in 12 Monaten 4 fl. Interesse bringen; in wie viel Monaten bringen 500 fl. Capital 5 fl.

Capital fl. 100 }
Monat 12 } — 4 fl. Interesse.

Interesse fl. 5 — { 500 fl. Capital.
{ * Monate

Um keine Verwirrung zu machen, will ich die Frage mit ihren Namen jederzeit ganz setzen, und hernach noch einmal, um die nöthigen Veränderungen mit den Zahlen vorzunehmen.

~~1~~~~0~~~~0~~ }
3. ~~12~~ } — ~~4~~. 1.

~~5~~ — { 5~~0~~~~0~~.
{ *

Ich sehe gleich, daß in der ersten Columne 100, und in der andern 500 stehen. Ich streiche die beyden Nullen, der ersten Vorschrift gemäß, weg, und so bleibt 1 anstatt 100, und 5 anstatt 500. Ich sehe ferner, daß eine 5 in der ersten Columne, und eine 5 in der andern steht; ich werfe aber die eine sowohl als die andere, nach der zweyten Vorschrift, weg.

Hiernächst finden sich 12 in der ersten Columne, und 4 in der zweyten. Diese Zahlen können einerley Theiler, nemlich 4, haben; ich theile sie also, wie es die dritte Vorschrift haben will, und frage: wie oft habe ich 4 in 4? Antwort einmal; deshalb lösche ich die 4 aus, und setze 1 zur Seiten. Hernachmals sage ich: wie oft ist 4 in 12 enthalten? 3 mal;

 folg=

folglich durchstreiche ich die 12, und setze 3 zur Seiten.

Einmal vor allemal merke man hierbey, daß ob wir gleich die 4 in der zweyten Columne ausgestrichen, und 1 an ihre Stelle gesetzt, weil 4 einmal in sich selbst stecket: so hätten wir doch diese Mühe sparen können; denn unsre Regel bestehet in der Division und Multiplication. Da nun eine Eins weder etwas multipliciren noch dividiren kann, so hilft das so wenig als es schadet; folglich kann man sie gar weglassen. Ist diese Zerfällung geschehen, so findet sich in der ersten Columne bloß die 1, welche von 100 übrig geblieben, und 3, welche der Rest von 12. In der andern Columne stehet nur noch die 1, welche, wie wir gesagt haben, nichts zur Sache thut. Dergestalt ist nichts weiter als eine 3 übrig, welche auch diejenige Zahl ist, die der vorgelegten Frage ein Genüge thut. Wie es nun hieß: in wie viel Monaten bringen 500 fl. Capital 5 fl. Interesse, wenn nemlich 4 von hundert jährlich gezahlt werden? so ist die Antwort: in 3 Monaten.

Ich bin versichert, daß dieses Exempel den Vortheil sattsam zeiget, welchen man davon hat, daß man die Zahlen durch das Dividiren kleiner machet. Nicht weniger aber wird es auch deutlich darthun, wie man sich dabey zu verhalten habe. Inzwischen wollen wir noch ein Exempel geben, damit man der Sache desto besser gewohnt werde.

Wenn 20 Weber in 7 Wochen, da ein jeder doch nur wöchentlich 3 Tage, und den Tag lang 12 Stunden arbeitet, 90 Stück, 30 Ellen lang, und 7 Viertheile breite Leinewand machen; wie viel 48 Ellen lange und $\frac{6}{4}$ breite Stücke werden 16 Weber in 8 Wochen machen, wenn sie wöchentlich 6 Tage und täglich 4 Stunden arbeiten?

~~20~~	~~90~~. ~~3~~	Weber 20	90 Stück.
~~7~~	~~30~~. 5	Wochen 7	30 Ellen lang.
~~3~~	~~7~~.	Tage 3	$\frac{7}{4}$ breit.
3. ~~12~~		Stund. 12	

8. ~~48~~	~~16~~. 4	Stücke Tuch *	16 Weber.
*	8	Ellen lang 48	8 Woch.
~~6~~	~~6~~	breit $\frac{6}{4}$	6 Tage.
	~~4~~. 2		4 Stund.

Ich lösche erstlich die Nulle bey 20 und 90 aus, wie auch die 7 in der ersten Columne, und die 7 in der andern. Darauf wird die 6 auf beyden Seiten ausgestrichen. Weil ich ferner wahrnehme, daß die 2, welche von 20 übergeblieben, die 4 der andern Seite theilen kann; so sage ich: wie oft steckt 2 in 2? einmal: ich lösche also die 2 aus; hierauf sage ich: wie oft ist 2 in 4 enthalten? 2 mal: folglich thue ich die 4 aus, und setze 2 an die Stelle.

Ferner zeigt sich, daß die 3 in der ersten Columne die 9 der andern Columne theilt; aus diesem Grunde lasse ich die 3 in der ersten Columne weg, und setze 3 anstatt 9 in der andern.

Eben so lassen sich die 12 der ersten Columne und die 16 der andern beyde durch 4 theilen. Ich sage deshalb: 4 in 12 habe ich 3 mal; und nachdem die 12 ausgelöscht, kommt 3 an ihren Platz; hierauf heißt es: 4 in 16 habe ich 4 mal; also thue ich die 16 aus, und schreibe 4 hin. Auf jeder Seite nehme ich eine 3 wahr, ich streiche sie daher beyde aus. Gebe ich weiter Achtung, so sehe ich, daß 48 auf der einen, und 30 auf der andern Seite durch 6 theilbar sind. Diese Theilung verrichte ich also, und setze 5 anstatt 30, und 8 anstatt 48. Diese 8 werfe ich auch weg, weil auf der andern Seite gleichfalls eine stehet. Wenn dieses alles geschehen ist, so bleibt in der ersten Columne nichts übrig, welches, wie gesagt, allemal 1 bedeutet. Allein in der andern Columne finde ich, daß 5, 4 und 2 übrig bleiben, ich multiplicire sie also durch einander. Erstlich multiplicire ich 5 mit 4, welches 20 macht. Hiernächst multiplicire ich 20 mit 2, und da bekomme ich 40, welche die Zahl der zu wissen verlangten Stücke Leinewand in sich fasset. Und so endiget sich diese Aufgabe, welche sonst ziemlich lang und beschwerlich würde aufzulösen gewesen seyn.

Aus der Auflösung erhellet, daß der Verfasser die Nenner der Brüche $\frac{7}{4}$ und $\frac{6}{4}$ gar weggelassen hat. Ein Leser, der das Vorhergehende wohl gemerket hat, wird dabey verhoffentlich kein Bedenken finden; indem, nach der kaum gegebenen Regel, 4 und 4 gegen einander aufgehen, und dahe-

ro

ro angesehen werden können, als ob sie gar nicht da wären.

Noch ein Exempel:

Ein Schiffs-Capitain, welcher seine Reise in 12 Monaten zu Ende zu bringen vermeint, hat auf seinem Schiffe für 150 Personen Lebensmittel. Wie lange wird er Provision haben, wenn er anstatt 150 Personen nur 120 Personen zu Schiffe nimmt?

Menschen 150 } — Lebensmittel. | 15~~0~~ } — X.
Monate 12 } | ~~12~~ }
Lebensmittel — { 120 Menschen. | X. — { ~~120~~.
{ * Monate. | { *.

Die 0 von 120 und von 150 wird sofort abgeschnitten. Hierauf werden 12 auf jeder Seite weggenommen. Folglich bleibt auf der einen Seite nichts als 15 übrig, auf der andern aber gar nichts. Die 15 machen also die Zahl der Monate aus, welche die Antwort auf die vorgelegte Frage wird.

Es ist übrig, daß wir hier eine Anmerkung beyfügen, welche bey dem Gebrauch unsrer allgemeinen Regel von grosser Wichtigkeit ist. Wir sehen aus der Auflösung der vorhergehenden Fragen, daß nach geschehener Verkleinerung der Zahlen, in so weit es möglich war, oft nichts als eine einzige Zahl auf einer Seite, und auf der andern gar keine übrig bleibet. Wenn nun diese Zahl auf derjenigen Seite stehet, wo der Stern nicht befindlich ist, so hat die Sa-

che

che gar keine Schwierigkeit; denn in solchem Falle ist sie allezeit diejenige Zahl, welche die Antwort auf die Frage giebet. Geschiehet es aber, daß nur eine einzige Zahl in der Columne, wo der Stern stehet, übrig bleibet; so ist die übrig gebliebene Zahl diejenige nicht, welche man verlanget, sondern sie ist nur der Nenner eines Bruchs, wovon der Zähler jederzeit 1 ist; und eben dieser Bruch wird die Frage beantworten. Dieses desto besser begreiflich zu machen, wollen wir davon ein Exempel geben.

Wenn 24 Ellen 3 Thlr. kosten, was kosten 2 Ellen?

Ellen 24 — 3 Thlr.	4. ~~8~~. ~~24~~. — ~~3~~. 1.
Thlr. * — 2 Ellen.	* — ~~2~~. 1.
	Antw. $\frac{1}{4}$ Thlr.

Indem ich die 24 in der ersten Columne durch die 3 in der andern Columne theile, so setze 1 anstatt 3, und 8 anstatt 24. So fahre ich fort, und theile die 8 auf der einen Seite durch die 2, so ich auf der andern finde, und da bekomme ich 1 statt 2, und 4 statt 8; daß also auf der einen Seite nichts als 4 übrig bleibet. Weil nun diese 4 in der Columne anzutreffen, wo der Stern, welcher den Platz der zu findenden Zahl einnimmet, auch ist; so kann sie folglich die gesuchte Zahl nicht ausmachen, denn die 2 Ellen kosten keine 4 Thlr. sondern diese 4 wird der Nenner seyn eines Bruchs, dessen Zähler 1 ist. Und daher heisset es in der Auflösung obiger Frage: daß 2 Ellen $\frac{1}{4}$ Thlr. kosten.

Man

Man seze: es sey zu 24, 3 und 2 die vierte Proportionalzahl zu finden, so sezet man es nach der gemeinen Art der Regel de tri auf diese Weise: 24 — 3 — 2 — Dabey weiß nun ein jeder, daß man die beyden lezten Zahlen durch einander multipliciren, und das Product mit der ersten dividiren muß, um die gesuchte Zahl zu finden. Auch ist nicht unbekannt, daß ich die erste und die zweyte, imgleichen die erste und die dritte Zahl gegen einander aufheben darf, und dem ungeachtet eben dieselbe Zahl gefunden wird. Verrichte ich dieses Aufheben wirklich; so bekomme ich statt 24 nur 4; und anstatt 3 und 2, 1 und 1, mithin habe ich 1 und 1 durch einander zu multipliciren, deren Product 1 ist, und dieses muß ich mit der vördern Zahl, d. i. mit 4, dividiren; derowegen ist die gesuchte Zahl $\frac{1}{4}$. Da nun der Verfasser allemal in die Columne ein Sternchen sezet, wo der Divisor stehet, so ist der Grund und die Richtigkeit dieser von ihm gemachten Anmerkung klar gemachet.

Es kann sich auch zutragen, daß nach verrichteter Zerfällung der Zahlen weder auf der einen noch auf der andern Seite etwas übrig bleibet: oder aber, daß man keine Verkürzung vornehmen kann, und die Zahl derjenigen Columne, in welcher der Stern gemacht ist, die folglich auch die Theilung verrichten soll, grösser, als die Zahl der andern Columne ist, welche doch getheilet werden soll. Hier siehet man wohl, daß die Theilung nicht vor sich gehen kann. Also muß nothwendig ein Bruch, dessen Nenner

ner jederzeit die Zahl der Seite, die den Stern in sich hat, und dessen Zähler die Zahl der andern Columne in sich begreift, daraus entstehen. Z. E.

Wenn 36 ℔ 12 fl. kosten, was kosten 2 ℔?

℔. 36 — 12 fl.		3. ~~36~~ — ~~12~~. 1.
Gülden * — 2 ℔.		* — 2 ℔.
		Antw. $\frac{2}{3}$ fl.

Ich sehe, daß die 36 der ersten Columne durch die 12 der andern getheilt werden können, deshalb theile ich auch, und setze 3 anstatt 36, und 1 anstatt 12. Ist dis geschehen, so bleibt auf der einen Seite 3, auf der andern 2, welche nicht weiter zu theilen oder zu verringern stehen. Weil aber 3 auf der Seite, in welcher man den Stern siehet, grösser als die 2 auf der andern Seite ist; so dienet dieses zu einem Zeichen, daß die verlangte Zahl ein Bruch sey, und zwar ein solcher, dessen Zähler 2 und dessen Nenner 3 ist.

Der Grund hiervon erhellet aus der vorigen Anmerkung S. 29.

Sollte es sich zutragen, daß, nachdem die Zerfällung vollendet ist, gar keine Zahl auf gar keiner Seite übrig bleibt; oder aber zuweilen eine 1, und das in vielen Gliedern; so ist in solchem Falle die verlangte Zahl jederzeit 1. Z. E.

Wenn

Wenn 6 Ellen 3 fl. kosten, was kosten 2 Ellen?

Ellen	6 — 3 fl.		2. 6 — 3. 1.
Gülden	* — 2 Ellen.		* — 2.
			Antw. 1 fl.

Theilt man die 6 der einen Seite durch die 3 der andern, so hat man auf der einen Seite 2, auf der andern 1. Löscht man weiter die 2 in beyden Columnen aus, so bleibt keine Zahl übrig; eben dis weiset, daß die Zahl, die man sucht, eine 1 sey.

Noch ein Exempel:

Wenn 12 Arbeiter in 6 Wochen ein gewisses Werk zu Stande bringen, wie viel werden 18 Arbeiter in 4 Wochen von eben diesem Werke zu Stande bringen?

Menschen 12 } — Werk. Wochen 6 }		4. 12 } — X. 1. 6 }
Werk * — { 18 Menschen { 4 Wochen		X. * — { 18. 3. 1. { 4. 1.
		Antwort 1, das ist, eben dasselbe Werk.

Theile 18 durch 6, so hast du 1 anstatt 6, und 3 anstatt 18. Hierauf theile 12 mit 3, so bekömmst du 1 anstatt 3, und 4 anstatt 12. Ferner lösche die 4 auf beyden Seiten aus, und alsdenn behältst du blosse Einheiten übrig. Dis zeiget deutlich an, daß 18 Arbeiter dasjenige in 4 Wochen verfertigen, was 12 in 6 Wochen zu Stande bringen.

Vierter Unterricht,

in welchem die Probe der allgemeinen Regel gezeiget wird.

Wenn man eine Frage aufgelöset hat, und man will gewiß seyn, daß die gefundene Zahl die wahre Antwort auf die Frage ist; so muß man die Sache auf folgende Art anfangen:

Man setze die Frage wie zuvor hin, aber so, daß die herausgebrachte Zahl an die Stelle des Sterns kommt; und schreibe den Stern anstatt einer andern Zahl, die vorher da war, es mag seyn was es für eine will. Hierauf muß nach der vorgeschriebenen Art so verfahren werden, als wenn die Zahl, an deren Stelle der Stern stehet, unbekannt wäre. Geschiehet es hierauf, daß eben die weggenommene Zahl wieder heraus kömmt; so ist es ein Zeichen, daß die vorige Rechnung richtig, und daß die gefundene Zahl die wahre sey.

Auf diese Weise finde ich demnach nicht, ob die gefundene Zahl die wahre und richtige Antwort auf die Frage, oder ob die allgemeine Regel hinlänglich gegründet, und der Wahrheit gemäß sey; sondern ich werde durch diese Probe nur versichert, daß ich die Vorschrift der Regel beobachtet, und richtig gerechnet habe. Die Richtigkeit der allgemeinen Regel aber muß man entweder

weder aus andern Gründen erweisen, welches füglich geschehen kann, oder man muß dieselbe als ausgemacht und richtig annehmen.

Im Anfang des vorhergehenden Unterrichts haben wir folgende Frage aufgeworfen: Wenn 100 fl. Capital in 12 Monaten 4 fl. gewinnen, wie viel Capital muß man haben um 20 fl. in 15 Monaten zu gewinnen? Die Antwort war: 400 fl. Capital. Will man wissen, ob diese gefundene Zahl das wahre Capital anzeiget, welches 20 fl. in 15 Monaten bringet, so setze man die 400 fl. Capital an die Stelle, wo vorher der Stern stand; und den Stern schreibe man an den Platz einer andern Zahl, welche man will. Wir wollen ihn z. E. anstatt der 4 fl. Interesse setzen.

Capital 100 Monate 12	— * fl. Inter.	100 3. 12	— *.	
Güld. Inter. 20	400 fl. Capit. 15 Monate.	4. 20	400. 15. 5.	

Antwort 4 fl. Interesse.

Hieraus siehet man, daß die 4 fl. Interesse, die wir vorher gehabt haben, wieder kommen; und dieses beweiset, daß man recht gerechnet hat. Indessen wollen wir es auf eine andere

Art versuchen, und die 100 fl. Capital anstatt des Sterns setzen.

Capital * } — 4 Inter. | 3. 12 } — 4
Monate 12 } | * }

Inter. 20 — { 400 Capit. | 4. 20 — { 400. 100
15 Mon. | 15. 5

Antw. 100 fl. Interesse.

Ferner die Probe zu machen, kann man den Stern an den Platz der 20 fl. Interesse zeichnen.

Capital 100 } — 4 Inter. | 100 } — 4. 4
Monate 12 } | 3. 12 }

Interesse * — { 400 Capit. | * { 400. 5
15 Mon | 15. 5. fl. 20

Antw. 20 fl. Interesse.

Eben so ists, wenn er die Stelle der 12 Monate vertritt.

Capital 100 } — 4 Inter. | 100 }
Monate * } | * } — 4. 4

Inter. 20 — { 400 Capit. | 5. 20 — { 400. 3
15 Mon. | 15. 3. 12

Antw. 12 Monate.

End-

Endlich zeigt es sich eben so bey den 15 Monaten.

Cap. fl. 100	} — 4 Inter.	1ØØ	} — 4		5
Monate 12		3. 12			3
Inter. 20 -	{ 400 Capit.	5. 2Ø —	{ 4ØØ		———
	{ * Monat.		{ *		15

Antw. 15 Monate.

Diese Proben, welche jetzo auf fünferley Weise gemacht sind, beweisen deutlich genug, daß es einerley sey, man mag nun, die Probe zu machen, eine Zahl weglassen, was für eine man will. Es läßt sich auch daraus abnehmen, daß diejenigen, welche diese allgemeine Regel recht lernen wollen, wohl thun, wenn sie eine einzige Frage auf so vielerley Art setzen, als es nur immer möglich ist, um sich daran zu gewöhnen, und recht feste zu setzen. Dasjenige aber, was wir von der Probe gesagt haben, braucht nicht weiter erklärt zu werden.

Fünfter Unterricht,

wie man sich der allgemeinen Regel in Brüchen bedienen soll.

Wir setzen zum Grunde, daß man wisse, was ein Bruch sey, halten uns also nicht auf, solches hier zu sagen. In einer Frage können zweyerley Arten von Brüchen befindlich seyn. Die erste

ste ist, wenn keine ganze Zahlen mit Brüchen vermischt sind, z. E. $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{7}{8}$, u. s. w. Die andere bestehet darin, wenn ganze Zahlen mit Brüchen gemischet sind, als in folgenden $2\frac{1}{3}$, $3\frac{3}{4}$, $1\frac{4}{5}$, und dergleichen. Wir wollen von diesen beyden Gattungen insbesondere reden; und zwar erstlich von blossen Brüchen. Mit diesen verfährt man also:

Wenn in einer Frage blosse Brüche anzutreffen sind; so muß man die Frage erst auf gewöhnliche Art, und die Brüche gleichfalls, an ihre Stellen wie ganze Zahlen setzen. Ist die Frage gehörigermassen also eingerichtet, so löscht man die Nenner auf der Seite, wo sie stehen, aus, und schreibt sie auf die andere. Die Zähler aber läßt man an ihrer Stelle. Z. E.

Wenn $\frac{1}{4}$ Theil von jemandes Gütern sich auf 6000 fl. belaufen, wie hoch erstrecken sich $\frac{5}{7}$ davon?

Ein $\frac{1}{4}$ Th. — 7000 fl.
Gülden* — $\frac{5}{7}$ Theil.

	1	6000
	— 6000	
	4	5
	*— 5	——
	~~7~~	30000
	7 — 4	4

120000 { 7 der Div.
fl. $17142\frac{6}{7}$

50
10
30
20
6

Den

Den Nenner der ersten Columne 4 streiche ich gleich aus, und setze ihn in die andere: ich lösche auch den Nenner 7 von der andern Columne aus, und setze ihn unter die erste, doch so, daß die Zähler an ihren Stellen bleiben. Ist dis geschehen, so verfahre ich wie vorher. Ich finde, daß man in den Zahlen keine Aenderung vornehmen kann, folglich multiplicire ich die Zahlen der zweyten Columne, das ist 6000 durch 5, das macht 30000, und dieses Product durch 4, so bekomme ich 120000. Weil nun in der ersten Columne nichts als die 7 stehet, welche folglich den Theiler ausmachet: so theile ich 120000 durch 7, und der Quotient $17142\frac{6}{7}$ wird die gesuchte Zahl seyn.

Wenn $\frac{3}{8}$ von einem ℔. $\frac{4}{5}$ eines fl. kosten, was werden $\frac{15}{16}$ von einem ℔. kosten?

℔. $\frac{3}{8}$ — $\frac{4}{5}$ fl.
fl. * — $\frac{15}{16}$ ℔.

3	4	
8	5	
* -	15	5
	16	
5.	8.	2
4.	61.	

Antwort: 2 fl.

Nimm den Nenner 8 aus der ersten Columne weg, und setze ihn in die andere; lösche auch die Nenner 5 und 16 in der zweyten Columne

lumne aus, und setze sie in die erste. So ist in der ersten Columne 3, 5, 16, in der andern 4, 15, 8. Hierauf verfahre wie sonst.

Du siehest nemlich, daß 3 in 15 fünfmal enthalten ist, streiche demnach 3 in der ersten Columne aus, und in der andern setze 5 anstatt 15. Ferner lösche die 5 in beyden Columnen aus; weiter findest du, daß 4 in der zweyten Columne in 16 der ersten Columne 4mal, und endlich dieses 4 in 8 2mal stecke: derowegen bekommest du 2 fl. zur Antwort.

Die andere Gattung von Brüchen bestehet darin, wenn die Brüche mit ganzen Zahlen vermischt sind. In solchem Falle muß man die Sache also anfangen.

Ehe man das geringste vornimmt, müssen die Ganzen, welche vor dem Bruche stehen, durch den Nenner des Bruchs multiplicirt, und zu diesem Product der Zähler hinzugethan werden. Ist dieses geschehen, streichet man die erstere Zahl nebst dem Bruche aus, und setzet jenes Product dafür an die Stelle: zu gleicher Zeit aber wird der Nenner des eingerichteten Bruchs in die andere Columne gesetzet, wie vorhin bemerket worden.

Eben dis muß bey allen mit ganzen Zahlen vermischten Brüchen, die in einer Frage vorkommen können, beobachtet werden. Z. E. Wenn ein Scheffel Korn $4\frac{1}{5}$ fl. kostet, hat man ein Brodt von 3 ℔ für $3\frac{1}{2}$ gr.; was wird ein Brodt von 5 ℔. kosten, wenn das Korn nur $3\frac{1}{4}$ fl. kostet?

fl. $4\frac{1}{5}$ } $3\frac{1}{2}$ gr. | 3. 21. 4 · 1 } — 3 — 7. 1
lb. 3 } | 8 } 2
| 3 }

gr. * { $3\frac{3}{4}$ fl. | * — { 3
{ 5 lb. | { 3 — 18. 5.
| { 4

2 | 5
4 | 5

3 | 5
2 | 5
6 | 25 { 24 Divis.
4 | 5 {
24 | 125 { $5\frac{5}{24}$ Quot.

Antw. $5\frac{5}{24}$ gr.

Die Probe wird also gemacht:

fl. $4\frac{1}{5}$ } — * gr. | 1 } |
lb. 3 } | 7. 21. 4 — } — * |
| 8 } |
fl. $5\frac{5}{24}$ { $3\frac{3}{4}$ fl. | 3 } |
{ 5 lb. | 8. 28. 128. $8\frac{5}{24}$ { 3 |
| { 3 — 18 8 | 7 { 2
| { 4 | { —
| { 8 | { $3\frac{1}{2}$
| 4 8 |
| 4 24. 6. 2. |

Antwort: $3\frac{1}{2}$ gr.

Ehe wir weisen, wie man den Werth der Brüche finden soll, wollen wir die vorige Art zu verfahren noch mit einem Exempel erläutern:

Wenn

Wenn $6\frac{1}{2}$ Ellen $4\frac{3}{4}$ fl. kosten, wie viel kosten $6\frac{1}{4}$ Ellen?

Ellen $7\frac{1}{2}$ — $4\frac{2}{3}$ fl.	3 · 15 · 7 · —— 4 — 24 · 7
fl. * $6\frac{1}{4}$ Ell.	2 3
	1
	3 * 6 — 25 · 5
	4
	— 2 · 4 2
	9

35 { 9 Divis. / $3\frac{8}{9}$ Quot. }

Antwort: $3\frac{8}{9}$ fl.

Was bisher von Brüchen gesagt ist, dienet bloß dazu, wenn die Brüche aus einem einzelnen Bruche bestehen: wenn aber Brüche von Brüchen da sind, so muß man diese unterschiedene Brüche in einen einzigen verwandeln, wie wir gleich zeigen wollen. Zuvörderst merke man nur, daß diese Brüche auch von zwo unterschiedenen Arten seyn können. Die erste ist diejenige, wenn Brüche von Brüchen vorhanden sind; die andere aber, wenn die Brüche durch unterschiedene Gattungen oder Namen ausgedrückt sind, dergestalt, daß einige kleiner sind, als die andern, in welche ein Ganzes getheilet werden kann; von diesen wird unten p. 49 sqq. gehandelt.

Man nennet einen Bruch vom Bruch, wenn man ein Theil von dem andern Theil nehmen soll. Z. E. Wenn man sagt: $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{6}$,

das heißt: daß man von dem sechsten Theil eines Ganzen ein Viertheil nehmen soll. Z. E. 4 ggr. sind der sechste Theil von einem Thaler, und der vierte Theil von diesem sechsten Theil eines Thalers ist ein guter Groschen. Wenn ich also sage: $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{6}$ eines Thalers, so ist es eben so viel, als ob ich ein ggr. spräche; denn $\frac{1}{4}$ von einem Stücke Geldes, das $\frac{1}{6}$ eines Thalers beträget, machet einen ggr. aus. Eben so verhält es sich, wenn mehrere Brüche von Brüchen vorhanden sind. Z. E. wenn man saget: $\frac{5}{8}$ von $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{5}$. Wenn man hierunter Pistoletten verstehet, so bedeutet es 5 ggr. weil 5 ggr. $\frac{5}{8}$ eines halben Guldens ausmachen; dieser aber $\frac{1}{3}$ eines Thalers, und also $\frac{1}{15}$ von einer Pistolette, wenn diese zu 5 Rthlr. gerechnet wird, beträget.

Will man alle diese Brüche in einen einzigen verwandeln, so ist folgende Vorschrift zu merken.

Multiplicire alle Zähler durch einander. Das Product, das aus dieser Multiplication heraus kommt, wird der neue Zähler. Multiplicire auch die Nenner durch einander; das Product davon wird der neue Nenner. Z. E. Wenn man sollte $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$ reduciren, so muß man erstlich multipliciren 2 durch 3, da wird das Product 6 der neue Zähler. Man multiplicire weiter den Nenner 3 mit 4, so wird das Product 12 der neue Nenner. Wenn also $\frac{1}{3}$ von einem Viertheile zu einem Bruch reducirt wird, so be-

$$\frac{2 \quad 6 \quad 3}{3 \quad 12 \quad 4}$$

$$\frac{1}{2}$$

bekommt man einen neuen, nemlich $\frac{1}{12}$. Ist der Bruch auf diese Weise reducirt, so kann man ihn durch kleinere Zahlen ausdrücken, wenn der Zähler und der Nenner einen gemeinen Theiler haben können. In dem ersten Exempel siehet man, daß sowohl der Zähler 6 als auch der Nenner 12 durch 6 können getheilt werden. Thut man dis, so wird der Bruch $\frac{6}{12}$ in einen kleinern $\frac{1}{2}$ verändert, und folglich wird der Bruch vom Bruche, welchen wir hatten $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$, nur $\frac{1}{2}$ seyn. Sollen wir also reduciren $\frac{5}{8}$ von $\frac{1}{12}$, von $\frac{1}{20}$, so muß man zuerst die beyden ersten $\frac{5}{8}$ und $\frac{1}{12}$ reduciren, und zwar nach der eben itzo vorgeschriebenen Art; alsdenn wird man $\frac{5}{96}$ finden, anstatt der $\frac{5}{8}$ von $\frac{1}{12}$. Endlich muß man eben also den neuen Bruch $\frac{5}{96}$, und $\frac{1}{20}$, welcher noch übrig ist, reduciren. Hierauf bekömmt man $\frac{5}{1920}$, anstatt der $\frac{5}{96}$ und $\frac{1}{20}$. Ist dieser aufgehoben, oder in einen kleinern reducirt, so wird man $\frac{1}{384}$ haben.

Die Aufhebung kann man in dergleichen Fällen bequemer verrichten, ehe man die gegebenen Brüche durch einander vervielfältiget hat, siehe unten den siebenten Unterricht erste Anwendung, S. 112. Denn weil man, wenn Brüche von Brüchen genommen, d. i. wenn verschiedene Brüche unter einander vervielfältiget werden sollen, die Zähler unter sich, und die Nenner mit einander besonders multipliciren muß: so ist klar, daß wenn in einem oder etlichen Zählern eben die Zahlen vorkommen, welche in den Nennern befindlich sind, oder auch nur solche, welche

in

in einen, oder etliche von den gegebenen Nennern getheilet werden können, ohne daß etwas übrig bleibet; alsdann diese Theilung oder Aufhebung sogleich vor der Multiplication geschehen könne. Hierdurch werden die Multiplicationes öfters sehr abgekürzet, und fallen manchmal gar weg.

Z. E. wenn ihr $\frac{1}{3}$ von $\frac{3}{4}$ nehmen sollet, so findet ihr, daß der eine Zähler drey ist, und eben diese Zahl den einen Nenner ausmachet; ihr könnet demnach beyde gegen einander aufheben, also

$$\frac{1}{\not{3}}\quad\frac{\not{3}}{4}$$ mithin bekommet ihr $\frac{1}{4}$ zum Product.

Wenn ihr $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$ zu nehmen hättet, sehet ihr, daß 3 und 3 gegen einander aufgehen, und 2 in 4 getheilet werden kann. Verrichtet ihr dieses vor der Multiplication, so bekommet ihr sofort $\frac{1}{2}$ zur Antwort:

$$\frac{1.\ \not{2}}{\not{3}}\quad\frac{\not{3}}{\not{4}.\ 2}\ \Big|\ \frac{1}{2}$$

In dem letztern Exempel des Verfassers $\frac{5}{8}$ von $\frac{1}{12}$ von $\frac{1}{20}$ könnet ihr den Zähler 5 gegen den Nenner 20 aufheben,

$$\frac{1.\ \not{5}}{8,}\quad\frac{1}{12,}\quad\frac{1}{\not{20}.\ 4.}$$ und alsdenn die Nenner durch einander, imgleichen die Zähler unter sich multipliciren, so bekommet ihr den neuen Bruch $\frac{1}{384}$ weit kürzer und leichter. Eben also, wenn iht hättet $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$, von $\frac{4}{9}$, so hebet sich 3 gegen 3, und 4 gegen 4, mithin ist das Product $\frac{2}{9}$

$$\frac{2}{\not{3}}$$

$$\frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{9}\ \Big|\ \frac{2}{9}$$

Ferner $\frac{1}{2},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{28.\ 7},\ \frac{4}{}\ \Big|\ \frac{1}{35}$

imgleichen $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{10}{13}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{8}{12}$ wird kurz gemachet, wie folget:

$$\frac{2}{3},\ \frac{1}{2},\ \frac{3}{5},\ \frac{10}{13},\ \frac{3}{4},\ \frac{8.\ 2}{12.\ 4.\ 2.}\ \Big|\ \frac{1}{13}$$

Man rechne nur dieses letzte Exempel nach der weitläuftigen Art des Verfassers, so wird man den Vortheil, der aus Beobachtung dieser Anmerkung bestehet, klärlich finden.

Hat man endlich alle diese Brüche in einen einzigen verwandelt, so arbeitet man an der Auflösung der Frage auf die oben gemeldete Art. Z. E.

Vier Personen sollen eine Erbschaft von 25000 fl. theilen, und eine von diesen vier Personen hat 5 Kinder, welche eine Portion theilen müssen, das ist $\frac{1}{4}$ von 25000 Gülden. Es wird gefragt, wie viel wird ein jedes Kind bekommen zu seinem $\frac{1}{5}$ von $\frac{1}{4}$ von den 25000 fl.

Man muß erstlich in einen einigen Bruch bringen $\frac{1}{5}$ von $\frac{1}{4}$, so wird anstatt zweener Brüche einer, nemlich $\frac{1}{20}$ herauskommen. Ist dieses geschehen, so setzet man die Regel, wie folget.

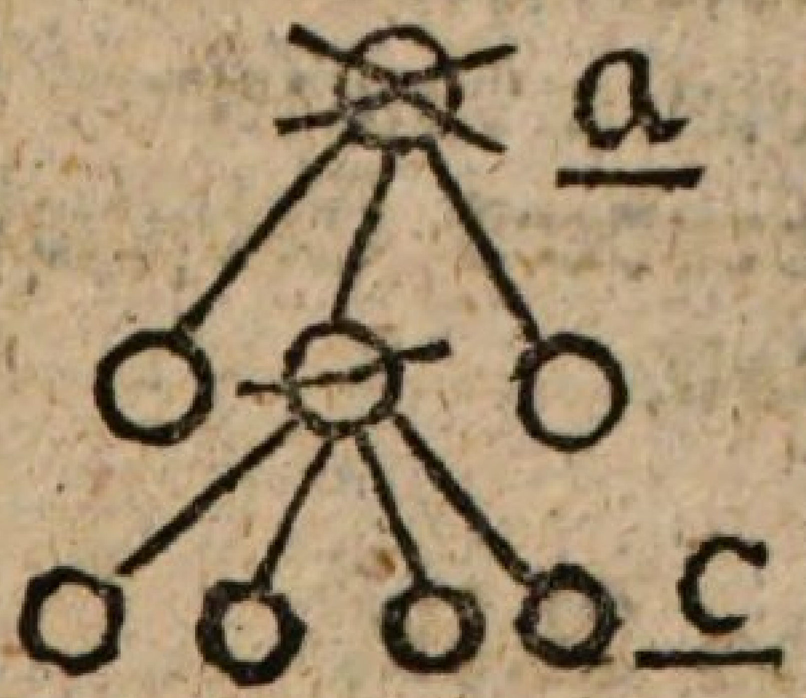
Die

Die Erbsch — 25000 fl. | X. — 2500~~0~~ | 2
Gülden * $\frac{1}{20}$ der Erbsch. | * — 1 | ———
——— X. | 1250
2~~0~~
2~~0~~

Antw. 1250 fl.

Diese Rechnung findet, wie das vorhergehende Exempel zeiget, sonderlich bey der Erbfolge statt, fürnemlich, wenn kein letzter Wille des Erblassers vorhanden ist. Ich will noch einige Exempel hinzufügen, bey welchen ich annehme, daß man aus den Rechten wisse, welche Personen, und wie sie zur Erbschaft gelangen müssen. Man setze folgenden Fall:

12000



Man will wissen, wie viel *c* von der Erbschaft seines Großvaters, welche 12000 Rthlr. beträget, bekommen müsse. Wir sehen, daß drey Stämme da sind; folglich bekömmt ein jeder Stamm $\frac{1}{3}$ der Erbschaft. In dem einen Stamm sind vier Häupter vorhanden, und folglich muß ein jedes derselben, mithin auch der *c*, $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{3}$ der Erbschaft bekommen. Das Exempel ist demnach also anzusetzen, nachdem ihr den Bruch vom Bruche gemacht habet.

Erbschaft — 12000 Rthlr.
* — $\frac{1}{12}$ der Erbschaft.

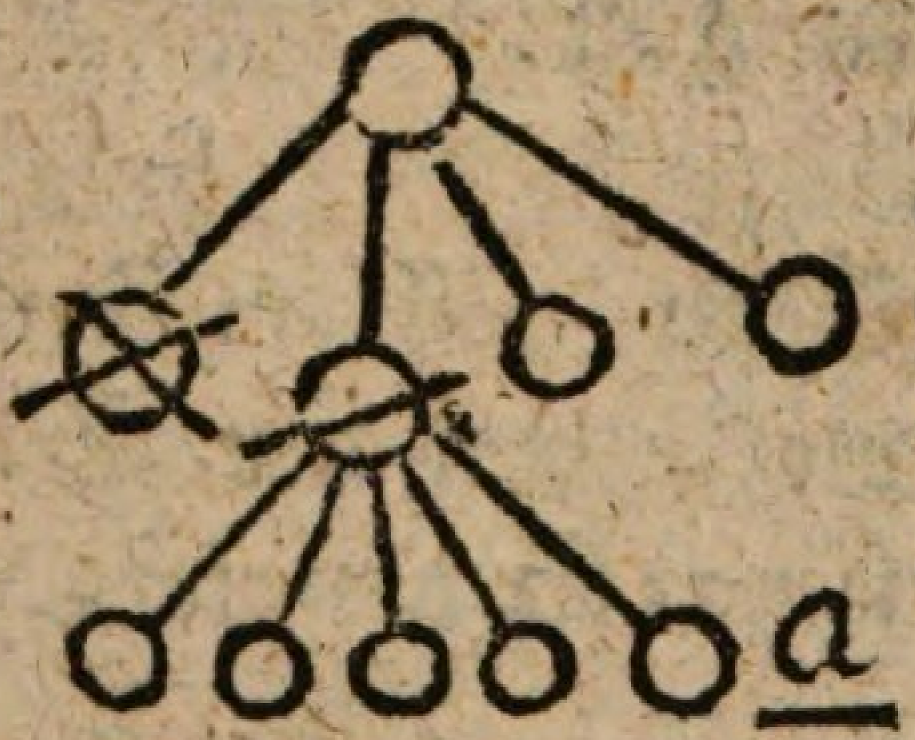
X. — 12000. 1000.
* — 1

12

12

Antwort: *c* bekömmt 1000 Rthlr.

Ihr habet in dergleichen Fällen nicht nöthig, die Brüche von Brüchen zu machen, ehe ihr den Satz nach der allgemeinen Regel hinschreibet, sondern ihr dürfet nur die gegebenen Brüche an die gehörige Stelle setzen, und alsdenn verfahren, wie von den Brüchen gelehrt ist. Z. E.

2000 

Hier ist die Frage, wie viel *a* von seines Vatern-bruders Erbschaft haben soll.

Erbschaft — 2000 Rthlr.
* — $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{5}$
X. — 2000. 500. 100.
* 1

—

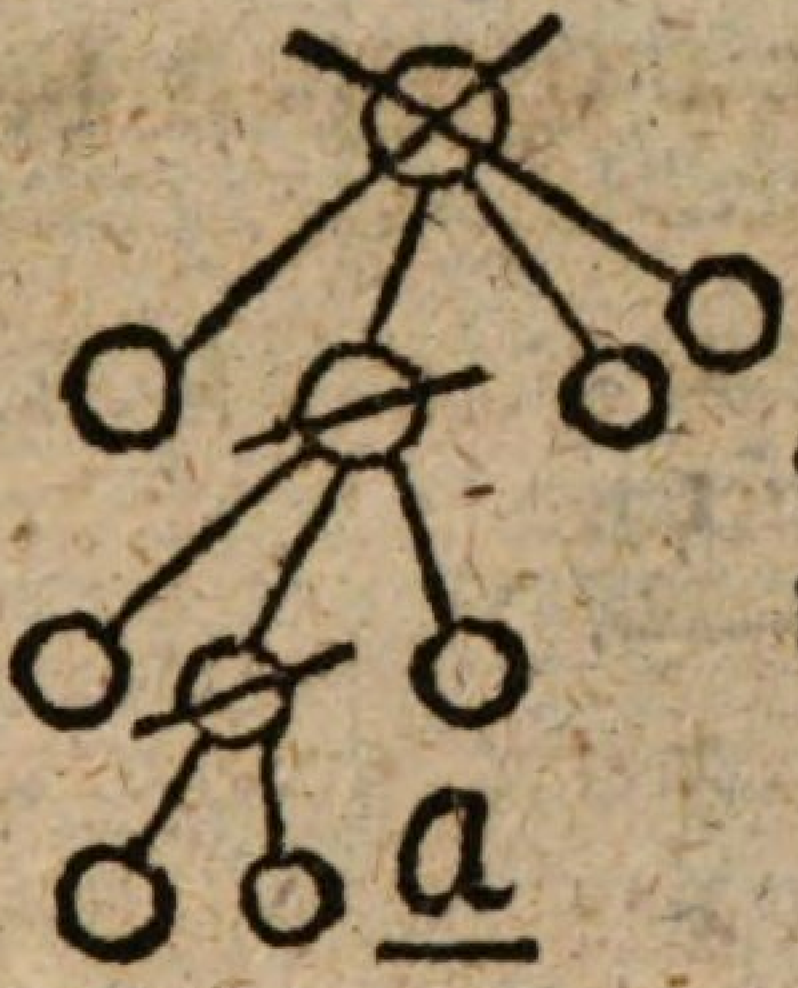
4
4 1

—

5 5

Antwort: 100 Rthlr.

Wie

24000 

Noch ein Exempel:

Wie viel bekömmt *a* von dieser Erbschaft?

Erbschaft — 24000 Rthlr.

* — $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$

X. — ~~24000~~. ~~6000~~. 1000

* 1 / ~~4~~

1 / ~~3~~

~~4~~ 1 / ~~2~~

~~3~~

~~2~~ ~~2~~

Antwort: 1000 Rthlr.

Eben so verfährt man, wenn verschiedene Erbfälle auf einander gefolget sind, ohne daß die Theilung vorgenommen ist. Z. E.

Ich setze, daß *a* zuerst gestorben, nachgehends, ehe die Theilung geschehen ist, *b*, und endlich *c*, gleichfalls vor der Theilung, mit Tode abgegangen sey. Es fraget sich

sich, wie viel *d* von des *a* Erbschaft bekommen wird.

Erbschaft — 1
1
* — —
3
1
—
3 3
1
3 —
4 4

Antwort: *d* bekommt $\frac{1}{16}$ von der ganzen Erbschaft.

Es sind in einer Domkirche Canonici, Titulares, Capellåne und Cantor. Sie haben unter sich eine Summe Geldes nach dieser Verhåltniß zu vertheilen, daß ein Cantor $\frac{1}{4}$ von dem, was ein Capellan, ein Capellan $\frac{2}{3}$ von den Einkůnften des Titularis, und ein Titularis $\frac{1}{2}$ von der Besoldung eines Canonici bekommt. Nun wollen wir setzen, daß ein jeder Canonicus 400 fl. hat, wie hoch belåuft sich das Einkommen eines jeden Cantoris? Man begreift leicht, daß ein Cantor $\frac{1}{4}$ von $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{2}$ haben muß. Werden hier die Brüche in einen einzigen Bruch verwandelt, so entstehet $\frac{2}{24}$ daraus, welcher Bruch, wenn er kleiner gemacht wird, $\frac{1}{12}$.

$\frac{1}{4}\ \frac{2}{12}\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{2}\ \frac{2}{24}\ \Big|\ \frac{1}{12}$ desjenigen wird, was einem Canonico zu Theil wird. Folglich muß die Regel also gesetzet werden:

Wenn

Wenn ein Canonicus 400 fl. bekommt, wie viel macht $\frac{1}{12}$ eines solchen Einkommens aus?

Des Canonici Einkommen — 400 fl.
fl. * — $\frac{1}{12}$ des Cantoris Theil.

X. — 4̸0̸0̸. 100 {3 der Theiler.
* — $\frac{1}{12}$ {$33\frac{1}{3}$ der Quotient.
3. 1̸2̸

Antw. $33\frac{1}{3}$ fl.

Es fallen aber noch andere Arten von Brüchen vor, nemlich solche, die wie Ganze ausgedrückt sind, und doch Theile einer ganzen Zahl ausmachen, oder von geringerer Gattung sind. Z. E. Wenn man mit Thalern, Groschen und Pfennigen zu thun hat, u. s. w. Oder auch mit Ellen, Viertheiln, Achteln und dergleichen. Solche Brüche nun müssen auch zu einem einzigen gebracht werden, ehe man zu rechnen anfängt, und zwar geschiehet es fast auf eben die Art, wie wir gewiesen haben. Das ist, wenn mehr als zwey kleinere Gattungen da sind, so muß man sofort die beyden ersten, welche dem Ganzen am nächsten kommen, nehmen, und sie in einen einzigen Bruch bringen. Hierbey ist folgendergestalt zu verfahren:

Multiplicire erstlich den Nenner des einen durch den Nenner des andern; die herauskommende Zahl giebt den neuen Nenner. Hierauf multipliciret den ersten Zähler durch den zweyten Nenner, und füget der herausgebrachten Zahl

den zweyten Zähler hinzu: alsdenn macht die Summe den zweyten Zähler aus.

Z. E. Es stehen in einer Frage 3 Rthlr. 19 ggr. und 3 pf.; so setzet die 19 ggr. und die 3 pf. als ordentliche Brüche hin; d. i. setzet diejenige Zahl dieser Theile, welche die grössere nächst vorhergehende Gattung ausmachet, zum Nenner hin. Setzet demnach 19 ggr. also, $\frac{19}{24}$, weil die vorhergehende grössere Gattung Thaler sind, deren einer 24 ggr. in sich begreifet. Setzet ferner die 3 pf. mit dem Nenner 12 auf diese Art, $\frac{3}{12}$, weil ein pf. 12 mal in einem ggr. enthalten ist, diese Gattung aber vorhergehet. Wir bekommen demnach anstatt 19 ggr. und 3 pf. nunmehro die beyden Brüche $\frac{19}{24}$ und $\frac{3}{12}$. Nachdem dieses geschehen ist, multipliciret die Nenner 12 und 24 durch einander; so bekommet ihr zum neuen Nenner 288; sodann multipliciret auch den Zähler der grössern Gattung 19 durch den Nenner der kleinern 12, und addiret zu dem Product 288 den Zähler der geringeren Gattung 3. Durch diese Rechnung werden demnach die 19 ggr. und 3 pf. in einen Bruch, nemlich $\frac{231}{288}$ verwandelt.

Die beyden Brüche $\frac{19}{24}$ und $\frac{3}{12}$ sollen addiret, oder in eine Summe gebracht werden. Man kann am kürzesten dazu gelangen, wenn man ein jedes $\frac{1}{24}$ oder 1 ggr. 12 pf. nennet; das ist, da in unserm Falle 19 solcher $\frac{1}{24}$ oder 19 ggr. vorhanden sind, wenn man 19 mit 12 multipliciret, und zu dem Producte die bereits vorhandenen 3 pf. hinzufüget. Nachdem aber die ggr. zu Zwölftheilen von $\frac{1}{24}$ gemacht sind; so muß auch der gehörige

Nenner

Nenner zu dem neuen Zähler gesetzet, oder, welches einerley ist, der Nenner 24 mit eben der Zahl 12, womit man den Zähler 19 multipliciret hat, vervielfältiget werden, daß also der neue Nenner 288 heissen muß. Auf diese Art kann die Weise, die grösseren Gattungen mit den kleineren in einen Bruch zu bringen, in allen andern Fällen erwiesen werden; folglich ist die Regel, so der Verfasser davon gegeben hat, allgemein. Diese und dergleichen Fälle könnet ihr leichter und kürzer rechnen, wenn ihr sofort die Ganzen als Thaler u. s. w. mit unter die Brüche bringet, so durch die ggr. pf. u. s. w. angedeutet werden, die dazu gehörigen Nenner aber in die andere Columne versetzet. Z. E.

3 Rthlr. 19 ggr. 3 pf, sind 3 Rthlr. $\frac{19}{24}$, $\frac{3}{12}$; sprechet: 3 mal 24 sind 72, und 19 sind $\frac{91}{24}$ oder 91 ggr. ferner 12 mal 91 sind 1092, und 3 machet 1095; setzet diese Zahl anstatt der gegebenen 3 Rthlr. 19 ggr. 3 pf. Die dazu gehörigen Nenner 24 und 12 aber setzet hinüber in die andere Columne; allwo sie ohnedem durch einander multipliciret werden, im Falle sie sich nicht gegen eine oder andere Zahl in der Columne, aus welcher sie weggenommen sind, aufheben lassen. Wenn ihr demnach auf diese Art verfahret, bringet ihr auf einmal unter den Bruch, was dazu gebracht werden muß, zugleich aber vermeidet ihr die unnöthige Multiplication der Nenner.

Ihr könnet auch noch andere in dergleichen Fällen sonst gewöhnliche Vortheile brauchen, z. E.

 daß

daß ihr die Thaler mit $\frac{3}{8}$ zu gr. und die gr. mit $\frac{3}{4}$ zu pf. machet. Also in unserm Falle sprechet: 3 mal 3 macht 9, und 9 mal 8 macht 72, und 19 macht 91; ferner 3 mal 91 sind 273, und 4 mal 273 sind 1092, und 3 sind 1095. Gleichergestalt dürfet ihr gleich anfangs die letzte Zahl mit einem kleinern gleichgültigen Bruche ausdrücken. In unserm Exempel könnet ihr also 3 Rthlr. $\frac{19}{24}$ und $\frac{1}{4}$ anstatt 3 Rthlr. $\frac{19}{24}$ und $\frac{1}{12}$ setzen, und alsdann nach der gegebenen Regel rechnen.

Wenn noch andere kleinere Theile da wären, so könnte man auf eben diese Weise diesen neuen Bruch verwandeln, nicht weniger den folgenden in einen blossen Bruch bringen, und so ferner, bis auf den letzten, nach der Vorschrift, die wir eben itzo gegeben haben. Wenn z. E. ausser 3 Rthlr. 19 ggr. 3 pf. noch ein Heller, deren 2 einen schweren Pfennig ausmachen, vorhanden wäre; so müßte man selbige wie folget hinsetzen: $\frac{19}{24}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{2}$; sodann die beyden ersten, wie vorhin, in einen Bruch $\frac{231}{288}$ verwandeln, und endlich mit diesem und dem letzten $\frac{1}{2}$ eben auf solche Weise verfahren, nemlich man multiplicire 288 mit 2, so hat man den neuen Nenner 576; und darauf vervielfältiget man auch den Zähler 231 mit dem Nenner 2, und addiret zu dem Producte 462 den Zähler 1; so hat man die 19 ggr. 3 pf. und 1 Heller, oder $\frac{19}{24}$, $\frac{1}{12}$ und $\frac{1}{2}$ in einen Bruch $\frac{463}{576}$ gebracht. Oder: bringet die 3 Rthlr. gleich unter den Bruch, und setzet die Nenner in die andere Columne.

Laßt uns dieses durch folgendes Exempel klar machen. Wenn

Wenn ein ℔. 2 Rthlr. 7 ggr. 3 pf. kostet, was kostet $2\frac{3}{4}$ ℔. und 2 Unzen.

Bringet man die 7 ggr. 3 pf. der obigen Vorschrift gemäß, in einen Bruch, so bekömmet man diesen neuen Bruch $\frac{87}{288}$; verfähret man ferner eben also mit den $\frac{3}{4}$ ℔. und 2 Unzen: so ist hier der neue Bruch $\frac{14}{16}$, indem 1 Unze $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{4}$ ℔. ist. Dieser Bruch lässet sich mit 2 zu $\frac{7}{8}$ reduciren. Nachdem dieses verrichtet ist, machet man den Satz nach unserer allgemeinen Regel folgendergestalt.

1 ℔. — $2\frac{87}{288}$ Thlr.	1 — 2 — 87 / 288. 663
	7 221
Thlr. * — $2\frac{7}{8}$ ℔.	* — 2 — 23
	8 —
	663
	288 442
	96 —
	8 5083 768
	— 475 —
	768 $6\frac{475}{768}$

Antwort: 6 Rthlr. 14 ggr. $10\frac{1}{8}$ pf.

Ist die Regel gesetzt, und die Veränderung, wie wir gewiesen, vorgenommen: so zeigt sichs, daß die zu theilende Zahl 5083 ist, und der Theiler 768. Nach geschehener Theilung ist der Quotient $6\frac{475}{768}$, wornach gefraget ist.

Ehe wir aber weiter gehen, wollen wir der Brüche halber noch zwo Anmerkungen machen.

Die

Die erste, von der Art, den Werth eines ordentlichen Bruchs zu finden, und ihn durch den bekannten Werth der Münzen, Pfunde, Maasse u. s. w. auszudrücken. Die andere, von der Aufhebung oder Verwandlung der Brüche in die kleinsten Brüche.

Erste Anmerkung.

Aus dem Anfang des gegebenen Unterrichts erhellet schon, daß der Nenner eines Bruchs zeiget, in wie viel Theile ein Ganzes getheilet wird. Geschiehet es, daß der Nenner die Zahl der Theile, welche ein Ganzes ausmachen, und im gemeinen Leben gebräuchlich sind, völlig vorstellt: so weiset der Bruch die Gattung der durch den Zähler bestimmten Theile. Wenn man z. E. $\frac{16}{24}$ von einem Thaler hätte, so macht 24 die Zahl der ggr. aus, welche einen Thaler gleich sind. Da nun eben diese Zahl hier der Nenner ist, so erhellet sofort, daß der Zähler 16, 16 ggr. bedeutet. Im Fall aber, daß der Nenner mehr oder wenigere Theile, als in einem Ganzen sind, in sich hält, muß man diese allgemeine Regel gebrauchen.

Wenn ein Nenner eines gegebenen Bruches den gegebenen Zähler bestimmet oder verschaffet, wie viel Theile eben des Ganzen werde ich bekommen, wenn ich die Theile des Ganzen mit einem andern üblichen Nenner anzeige?

Hat

Hat man den Satz nach unserer allgemeinen Regel gemacht, und so wie wir in dem vorhergehenden Unterricht gewiesen, verfahren, giebt sich die verlangte Zahl gleich zu erkennen. Z. E. Wenn man hätte $3\frac{3}{6}$ Thaler, und wollte wissen, was die $\frac{3}{6}$ an ggr. ausmachen, so müßte man sagen: Der Nenner 6 bestimmet den Zähler 3, was wird 24 für einen Zähler bestimmen, weil 24 die Zahl der Theile ist, welche dem Ganzen, das vor den ggr. hergehet, und die wir suchen, gleich sind?

Nenner 6 — 3 Zähler.	6 — 3
Zähler * — 24 Nenner.	* — 24. 4.
	12
	Antw. 12 ggr.

Man siehet also, daß $\frac{3}{6}$ vom Thaler 12 ggr. ausmachen. Noch ein Exempel: wie viel ggr. machen $\frac{31}{80}$ von einem Thaler?

Nenner. 80 — 31 Zähler.	10. 80 — 31
Zähler * — 24 Nenner.	* — 24. 3
	Antw. $9\frac{3}{10}$ ggr.

Hier siehet man, daß $\frac{31}{80}$ vom Thaler 9 ggr. und $\frac{3}{10}$ machen. Da nun der nach verrichteter Operation übergebliebene Nenner des Bruchs $\frac{3}{10}$ eine solche Zahl der Theile ist, die bey uns nicht vorkommt: so kann man auf obige Weise suchen,

suchen, wie viel Pfennige derselbe ausmachet. Es geschiehet also:

Nenner 10 — 3 Zähler | 5.10 — 3
Zähler * 12 Nenner | * — 12.6.

18 | 5

3 3/5

Antw. 3 3/5 pf.

Wir haben oben in einem Exempel gefunden, daß 2 ℔. 3 Viertheile und 2 Unzen 6 Thlr. und 475/768 kosten, wenn das ℔. 2 Thlr. 7 ggr. und 3 pf. kostet. Wir wollen nun einmal sehen, wie viele ggr. in dem Bruch 475/768 enthalten sind?

Nenner 768 — 475 Zähler | 32.768. — 475.
Zähler * 24 Nenner | * 24.

Antw. 14 27/32 ggr.

Indem man nach der Regel 475 mit 32 theilet, findet man, daß der Bruch 475/768, 14 27/32 ggr. gilt. Wer nun weiter wissen will, wie viel Pfennige oder Zwölftheile 27/32 ggr. ausmachen, der muß, wie bey dem vorigen Exempel, folgendergestalt den Werth des Bruches in Pfennigen erforschen.

Nenner 32 — 27 Zähler | 8. 32 — 27
Zähler * 12 Nenner | * — 12. 3.

81 | 8

10 1/8

Antw. 10 1/8 pf.

Wollte

Wollte man den Werth des obigen Bruches $\frac{475}{768}$ in anderer Münze, z. E. in Mgr. wissen, müßte man also verfahren:

Nenner 768 — 475 Zähler	64. 768 — 475
Zähler * — 36 Nenner	* — 36. 3

$$1425 \,\Big|\, \frac{64}{22\frac{17}{64}}$$

Antw. $22\frac{17}{64}$ Mgr.

Ferner den Werth des Bruches $\frac{17}{64}$ Mgr. in Pfennigen zu finden.

Nenner 64 — 17 Zähler	8. 64. — 17.
Zähler * — 8 Nenner	* — 8.

Antw. $2\frac{1}{8}$ pf.

Zweyte Anmerkung.

Wir haben im Vorhergehenden bey Gelegenheit gesagt, daß man eine Theilung bey einem oder mehreren Brüchen anstellen soll; und zwar sowohl in den Nennern als in den Zählern, um den gegebenen Bruch mit den kleinesten Zahlen, die man haben kann, auszudrücken, und denselben dadurch begreiflicher zu machen. Wie nun die Art, einen gemeinen Theiler zwoer Zahlen zu finden, nicht allein nöthig ist, wenn man Brüche kleiner machen will, sondern auch dazu dienet, daß man die Zahlen bey dem Gebrauch unsrer allgemeinen Regel zerfället; so wollen wir die Art, einen gemeinen Theiler zu finden, ange-

angeben, und zugleich Merkmahle setzen, nach welchen man wahrnehmen kann, ob dergleichen zu haben sey:

I. Alle Zahlen, die paar oder gerade sind, oder diejenigen, welche sich durch 2, 4, 6, 8, oder 0 schliessen, können einen Theiler haben, der sie so theilet, daß nichts übrig bleibet, denn sie können zum wenigsten durch 2 getheilet werden.

Denn eine gerade Zahl ist eben eine solche, die sich mit 2 theilen lässet, ohne daß ein Bruch übrig bleibet. Da nun 2 mit sich selbst auf solche Weise getheilet werden kann; ferner 4 aus 2mal 2, 6 aus 2mal 3, 8 aus 2mal 4 bestehet, und über dieses alle Zehner, Hunderte, Tausende u. s. w. aus 2mal 5, 2mal 50, 2mal 500 u. s. w. zusammengesetzet sind: so ist des Verfassers erste Regel erwiesen.

Ich will die übrigen Regeln desselben etwas vollständiger mit kurzen Beweisen hersetzen.

II. Alle Zahlen, die sich mit 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, oder 100, 200, 300, 1000 rc. d. i. kürzer: Alle Zahlen, die sich mit einem ungeraden Zehner, nebst 2 oder 6, oder aber mit einem geraden Zehner, nebst 0, 4 oder 8, endigen, lassen sich mit 4 theilen.

Denn nicht nur die in dem vorstehenden Satze befindlichen Zahlen, sondern auch alle 100 (4mal 25) mithin alle 1000 u. s. w. lassen sich mit 4 theilen. Da nun die Zahlen, so vor den Zehnern zur Linken

stehen

stehen können, 100, 1000 u. s. w. sind, so ist die Richtigkeit dieser Regel erwiesen.

III. Zwo gleiche Zahlen, z. E. 33, 55, 88, u. s. w., lassen sich allemal mit 11 theilen. Denn wenn 11 mit einer Einheit multiplicirt wird, muß das Product so viele Zehner, und so viele Einheiten bekommen, als der Multiplicator 1 in sich begreifet.

IV. Wenn in einer Zahl von drey Ziffern die Summe der beyden äussersten in der Mitte stehet, so lässet sie sich mit 11 theilen, z. E. 121, 242, 363, 484, 253, 374, 572, 297; der Quotient wird in solchen Fällen allemal durch die beyden äussersten Zahlen angezeiget, nemlich 11 steckt in 121 11mal, in 484 44mal, in 572 52mal, u. s. w., das ist, man lässet in solchem Falle nur die mittelste Zahl weg, um den Quotienten zu finden. Dieser Satz wird dadurch klar, wenn man bemerket, was vorgehet, indem man eine Zahl von zwo Ziffern mit 11 multipliciret.

V. Alle Zahlen, die mit einer 5 und einer oder mehrern Nullen schliessen, lassen sich durch 5 theilen.

Denn alle 5 lassen sich mit sich selbst theilen: alle Zehner enthalten 5 etlichemal, und endlich sind alle 100, 1000 u. s. w. aus Zehnern zusammengesetzet.

Solche Zahlen sind es, von welchen wir gewisse Regeln geben können, nach welchen man erkennen kann, ob sie theilbar sind, und wie sie

müssen

müssen getheilet werden. Aber es sind auch viele, die keinen andern Theiler annehmen, als sich selbst, oder eine Einheit. Z. E. 7, 13, 19, 23, 29, u. s. w. Ist nun eine dieser Zahlen eine von denen, deren gemeiner Theiler gesucht wird: so muß die andere Zahl durch diese können getheilt werden, sonst ist es unmöglich, unter diesen Zahlen einen gemeinen Theiler ausfindig zu machen. Wenn wir z. E. in einem Bruch $\frac{13}{39}$ hätten, oder wir fänden in einer Frage auf einer Seiten 13, und auf der andern 39: so würde der gemeine Theiler 13 seyn, welcher keinen andern Theiler als sich selbst hat; also könnte der Bruch in diesen $\frac{1}{3}$ verwandelt werden; folglich setzt man in derjenigen Frage, wo solche Zahlen zusammenkommen, der Verkürzung halber, auf der einen Seite 3 anstatt 39, und auf der andern 1 anstatt 13.

Eben so muß man es machen, wenn 17 und 51 soll getheilet werden. Denn obgleich 17 durch keinen Theiler verkleinert werden kann, so kann doch 17 die Zahl 51 zerfällen; man setzt dahero 1 anstatt 17, und 3 anstatt 51, weil 17 in 51 dreymal steckt. Trifft das aber nicht eben zu, so muß man untersuchen, ob die Zahlen, mit welchen man zu thun hat, theilbar oder untheilbar sind. Dieserhalb geben wir folgende zween Sätze zu Merkmahlen an, nach welchen man die Theilbarkeit oder Untheilbarkeit wahrscheinlich erforschen kann, wenn man die obige vierte Regel dazu nimmet.

I. Wenn

I. Wenn die letzte Ziffer einer Zahl 1. 3. 7. 9 ist, und die vorhin N. III. und IV. gegebenen Regeln nicht statt finden; so kann die Zahl untheilbar seyn. Will man wissen, ob sie es auch würklich ist, so

II. addire man alle Ziffern, ohne auf ihren Rang zu sehen, zusammen, als wenn es blosse Einheiten wären; kann alsdenn die Summe durch 3 getheilet werden, so ist es ein Zeichen, daß die Zahl mit 3 theilbar ist. Ja wenn die Summe, die auf solche Weise herausgebracht wird, mit 9 getheilet werden kann, so lässet sich die ganze Zahl, nach ihrem gewöhnlichen Werth betrachtet, mit 9 theilen.

1) Wenn man eine Zahl, die aus 9 multipliciret werden kann, z. E. 18, 27, 54, 99, 135, 1026, 9117, u. s. w. aufschreibet, und alle Ziffern als Einheiten ansiehet, so findet man, daß man jederzeit nur einmal oder höchstens etlichemal 9 hinschreibet, die übrigen aber weglässet.

2) Wenn man 19, 37, 49, 58, 83, u. s. w. oder überhaupt eine solche Zahl hinsetzet, die über etlichemal 9, aber noch nicht so vielmal 10 beträget, als vielmal die hinzuschreibende Zahl 9 in sich begreifet: so schreibet man nur den Ueberschuß über so vielmal 9 hin, als in der nächst grössern Zahl, die mit 10 dividiret werden kann, Zehner enthalten sind.

3) In allen übrigen Zahlen schreibet man gleichfalls nur den Ueberschuß über ein- oder etlichemal 9 hin, z. E. 15, 24, 35, 61, 124, 1322, 2302,

2302. Folglich können in allen Fällen die weggelassenen Zahlen mit 9 und 3 dividiret werden. Da nun ferner vorausgesetzet wird, daß die wirklich hingeschriebenen Ziffern, wenn man sie als Einheiten zusammen addiret, gleichfalls mit 9 oder 3 theilbar sind; so ist die Richtigkeit der obigen beyden Sätze dargethan. Wir wollen dieses durch einige Exempel deutlich machen.

Es sey die Zahl 37, ich will wissen, ob sie einen Theiler haben kann; ich addire 3 und 7, welche 10 machen. Hier siehet man bald, daß 10 durch 3 nicht kann getheilet werden, und eben das versichert uns, daß 37 eine Zahl sey, zu welcher man nach diesen Regeln keinen Theiler haben kann. Imgleichen, wenn ich die Zahl 983 habe, so addire ich zur 9 die 8 und 3, und bekomme also 20; ich weiß gleich, daß 20 durch 3 nicht theilbar sey, folglich schliesse ich, daß die Zahl 983 mit 3 nicht getheilt werden könne. Eben so mache ichs mit der Zahl 5981, deren addirte Ziffer die Summe 23 in sich begreift; 23 läßt sich durch 3 nicht aufheben, folglich ist die Zahl mit 3 nicht zu theilen. In übrigen Exempeln verfähret man auf gleiche Art. Das Gegentheil aber findet man in der Zahl 3459, denn wird zur 3 die 4, hierzu die 5, und zu diesem 9 hinzugethan, entstehet daraus 21, das ist eine Zahl, die durch 3 getheilet werden kann. Dieses macht uns gewiß, daß die Zahl 3459 einen Theiler haben kann, und wenn sie keinen andern hätte, doch gewiß die 3 denselben ausmache.

Hier-

Hierbey ist weiter zu erinnern, daß es Zahlen giebt, welche in dieser Regel nicht mit begriffen sind; unter andern sind dahin zu ziehen die Quadrate der Zahlen, welche keine Theiler als eine Einheit haben. Man verstehet darunter die Producte untheilbarer durch sich selbst multiplicirter Zahlen, wie z. E. 49, welche herauskommet, wenn 7 durch sich selbst multiplicirt wird; denn ob gleich 4 und 9 13 ausmachen, welche durch 3 nicht getheilet werden können, so ist doch 49 keine untheilbare Zahl; und dieses zeiget sich in mehreren Fällen. Was nun solche betrifft, so müssen wir dazu eine allgemeine Regel machen, nach welcher der gemeine Theiler zwoer Zahlen, wenn anders einer statt hat, gefunden werden kann.

Die größte von beyden Zahlen muß man ansehen als die zu theilende Zahl, und die kleinste Zahl als den Theiler; ist nach geschehener Eintheilung nichts übrig geblieben, so ist die kleinste Zahl der größte gemeine Theiler beyder Zahlen. Bleibt etwas übrig, so muß man den Quotienten bey Seite setzen, und den Rest als einen neuen Theiler annehmen, mit diesem ist die Zahl zu theilen, welche in der vorhergehenden Theilung den Theiler ausmachte; endiget sich diese zweyte Theilung ohne Rest, so ist der zweyte Theiler der gemeine Theiler beyder Zahlen, welchen man suchet; findet sich aber auch ein Rest, so muß man solchen ferner als einen neuen Theiler brauchen, und den Rest, welcher

der

der Theiler der vorhergehenden Division gewesen ist, zur einzutheilenden Zahl annehmen. Endiget sich diese dritte Theilung, ohne daß etwas übrig bleibet, so wird der letzte Theiler der gemeine Theiler. Ist hingegen etwas übrig, so wird das Uebrige der neue Theiler, und der vorhergehende Theiler die Zahl, welche getheilet werden muß. Auf solche Art setzt man die Rechnung fort, bis man einen Theiler findet, der die Theilung ohne Rest beschliesset. Hat man mit einer Zahl zu thun, welche keinen gemeinen Theiler annimmet, so wird man in der Theilung bis auf eine Einheit kommen. In diesem Fall ist kein Mittel vorhanden, die beyden Zahlen zu zerfällen, noch den Bruch in einen kleinern zu verwandeln. Folgende Exempel werden unsre Anweisung deutlich machen.

Wenn ich z. E. diese beyde Zahlen 53 und 2809 entweder in einen Bruch $\frac{53}{2809}$ oder sonst antreffe; und ich will sehen, ob sie einen gemeinen Theiler haben, welcher sowohl die eine als auch die andere theilen könnte, um sie kleiner zu machen; so fange ich an nach der gegebenen Regel, addire die Ziffern, woraus diese Zahlen bestehen, und finde, daß die Ziffern der ersten 8 machen, welche Zahl durch drey nicht aufzuheben stehet. Eben das beobachte ich bey der andern Zahl 2809. Ich finde auch, daß die Summe dieser Ziffern, nemlich 19, durch 3 nicht zu theilen sey. Daher muthmasse ich, daß diese Zahl vielleicht ihrer Natur nach als un-

untheilbar anzusehen. Mich gewiß zu machen, nehme ich meine Zuflucht zur letzten vorher gegebenen Regel. Ich nehme die größte von beyden Zahlen, 2809, als die einzutheilende Zahl, und die Zahl 53 als den Theiler; hierbey ereignet sich, daß die Eintheilung ohne Rest geendiget wird; folglich ist die kleinste Zahl der gemeine Theiler, durch welchen ich den Bruch $\frac{53}{2809}$ in $\frac{1}{53}$ verwandele.

Wir wollen ferner setzen, man hätte folgenden Bruch $\frac{135}{288}$. Man nimmt erstlich 135, welche die kleinste Zahl ist, zum Theiler; mit derselben theile ich die Zahl 288; ich finde den Quotienten 2, welcher aber nichts auf sich hat, weil 18 übrig bleibt. Daher betrachte ich diesen Rest 18 als einen neuen Theiler, mit welchem ich 135 eintheile; ich finde noch einen Rest 9, und den Quotienten 7, welcher wieder nichts zu bedeuten hat. Also theile ich den Theiler der vorhergehenden Eintheilung 18, von neuen durch den Rest 9; und ich finde, daß die Eintheilung geschehen kann, ohne daß etwas übrig bleiben sollte. Dieses versichert mich, daß die Zahl 9 der größte gemeine Theiler der beyden Zahlen 135 und 288 sey. Ich bediene mich dessen, und verwandele dadurch den Bruch $\frac{135}{288}$ in $\frac{15}{32}$ Diese beyden Exempel sind hinlänglich, die Art und Weise begreiflich zu machen, nach welcher man den gemeinen Theiler zwoer Zahlen finden, und ihre Brüche in kleinere verändern soll. Daher wir in dem Un-

terricht weiter fortfahren wollen, welcher bey unser allgemeinen Regel zu bemerken ist.

Man siehet zugleich aus diesem letzten Exempel, daß diese Regel, den gemeinen Theiler zu finden, auch auf diejenigen Fälle sich erstrecke, wo man nach obigen Regeln auf eine kürzere Art denselben finden kann. Denn wenn ich $\frac{135}{288}$ nach der Regel S. 61. N. II. untersuche, so finde ich weit geschwinder, daß dieser Bruch mit 9 aufgehoben werden kann. Ich will noch einige Exempel und den Beweis der Regel hinzufügen.

Gesetzt, man solle den grössesten gemeinen Theiler der Zahlen 427 und 938 finden, oder man solle den Bruch $\frac{427}{938}$ so klein machen, als es sich thun lässet; so theile ich 938 mit 427: mit dem, was nach der geschehenen Division übrig bleibet, 84, theile ich den vorigen Theiler 427; mit dem, was bey der zweyten Division übrig bleibet, 7, theilet man den vorigen Theiler 84. Und so fähret man beständig fort, bis man auf eine Zahl, wie hier 7, kommt, welche in dem vorletzten Theiler aufgehet; dieses ist der grössete gemeine Theiler der gegebenen Zahl.

Wollte ich ferner den grössesten gemeinen Theiler der Zahlen 1528 und 955 suchen, oder es wäre der Bruch $\frac{955}{1528}$ so weit als möglich aufzuheben, so theile man 955 in 1528; mit dem, was nach geschehener Division übrig bleibet, 573, theile ich den ersten Theiler, 955; mit dem, was ich übrig behalte, nachdem die gehörige Division geschehen ist, das ist, mit 382, wird abermals der letzte

Thei-

Theiler 573 getheilet; und so fahre ich fort, allemal den Rest in den letzten Theiler zu dividiren, bis mir bey der Subtraction nichts übrig bleibet; diejenige Zahl, mit welcher ich zuletzt getheilet habe, ist der grösseste gemeine Theiler der gegebenen Zahlen. Also, wenn ich in unserm Exempel die Arbeit fortsetze, bleibet mir, nachdem 382 von 573 abgezogen ist, noch 191 übrig; dividire ich endlich diesen Rest in den vorigen Theiler 382: so finde ich, daß derselbe eben zweymal darin stecket. Derowegen nehme ich 191, als den letzten Divisor, zum grössesten gemeinen Theiler, und dividire damit eine jede von den zuerst gegebenen beyden Zahlen 955 und 1528 besonders; und auf solche Weise bekomme ich $\frac{5}{8}$ anstatt $\frac{955}{1528}$, oder 5 anstatt 955, und 8 anstatt 1528.

Beweis. Weil der letzte Theiler (191) sich in den vorletzten (382) ohne Rest theilen lässet; der vorhergehende (573) aber aus dem vorletzten (382) und dem letzten (191) zusammengesetzet ist, welches die geschehene Rechnung deutlich zeiget: so muß auch dieser (573) damit theilbar seyn. Da ferner die vor dem letztgedachten (573) hergehende Zahl (955) aus 573 und 382 zusammengesetzet ist, wie abermals durch die geschehene Rechnung klar wird: so kann auch diese Zahl (955) mit dem letzten Theiler (191) getheilet werden. Endlich ist auch die erste Zahl (1528) aus 955 und 573 zusammengesetzet, und dannenhero mit dem letzten Theiler (191) theilbar. Es ist demnach erwiesen, daß, wenn nur die vorletzte Zahl mit der

letzten getheilet werden kann, auch die beyden zuerst gegebenen sich eben damit theilen lassen.

Man kann aber auch zeigen, daß der gefundene Theiler der grösseste unter allen möglichen sey. Nemlich, wenn wir annehmen, daß ein grösserer Theiler als der gefundene (191) möglich sey; so folget, daß derselbe grössere auch den wahren Theiler (191) theilen müsse; welches aber ungereimt ist, indem man voraus setzet, daß der neuangenommene Theiler grösser sey, als der, den man durch die Rechnung gefunden hat. Man erweiset, daß dieses ungereimt sey, auf folgende Weise: weil die grösseste gegebene Zahl (1528) aus der kleinern gegebenen Zahl ein- oder etlichemal genommen, und dem Rest bestehet, der neuangenommene grösseste Theiler aber die beyden gegebenen Zahlen theilen soll, so muß eben derselbe auch den Rest theilen. Ist nun dieses, so muß eben derselbe auch den Rest theilen, der bey der zweyten Theilung übrig bleibet; weil dieser den Unterscheid zwischen der kleinern gegebenen Zahl und den ersten Rest ein- oder etlichemal genommen, ausmachet. Setzet man diese Schlußrede fort, so folget endlich, daß der neuangenommene grösseste Theiler auch den wahren gefundenen grössesten Theiler (191) theilen müsse. Da nun dieses gedachtermassen ungereimt ist; so folget, daß kein grösserer gemeiner Theiler, als der nach des Verfassers Regel gefundene, möglich, und derohalben der gefundene der grösseste sey.

Man siehet leicht, daß diese Beweise auf alle ähnliche Fälle angewendet werden können; ja man

darf

darf nur die Zahlen, die ich der Deutlichkeit wegen mit Häckgen hingesetzet hatte, weglassen, so sind dieselben allgemein.

Aus dem bisher Vorgetragenen folget, daß, wenn eins der letzte Theiler ist, der gegebene Bruch gar nicht aufgehoben werden könne; weil in solchem Falle eins der grösseste gemeine Theiler ist, dieses aber, wenn man damit dividiret, die Zahlen nicht kleiner machet.

Sechster Unterricht,
wie man sich bey Aufgaben zu verhalten habe, in welchen die gegebene Zahlen nicht einerley Namen führen.

Die gegenwärtige Abhandlung ist eine von den schönsten und nützlichsten in diesem ganzen Werke; denn man findet hier eine Vorschrift, wie durch eine einzige Verrichtung diejenigen Aufgaben aufgelöset werden können, wozu sonst 2, 3 und mehrere nicht zureichend sind. Der Leser wird also um desto mehr Ursache haben, uns hier seine Aufmerksamkeit zu gönnen.

Man träget zuweilen Fragen vor, in welchen die Uebereinstimmung und Aehnlichkeit der Namen

men, die wir oben bey der Auflösung vieler Aufgaben, wie der zweyte Unterricht sattsam zeiget, nothwendig zum Grunde setzten, sich nicht findet. Also können auch in solchen Fällen nicht einerley Namen in die gegen einander überstehende Columnen gesetzet werden. Z. E. man fragt: Was machen 54 fl. Banco in Courant-Gelde? Hier siehet man, daß die Verhältniß des Courant-Geldes zum Banco-Gelde zu wissen verlanget wird, und daß die Regel folglich also gesetzt werden muß:

Banco-Geld 54 fl. — * fl. Courant-Geld.

Es zeiget sich aber, daß unsre Regel auf diese Art nicht völlig dem vorigen Unterricht gemäß eingerichtet sey: denn es fehlt auf der einen Seite Courant-Geld, auf der andern Banco-Geld. Inzwischen giebt uns die gegebene Frage nichts weiter zu erkennen. Daher in dergleichen Umständen die fehlenden Namen an die Stelle gesetzt werden müssen, wo sie billig stehen sollten, wie folget:

Banco-Geld fl. 54. — * fl. Courant-Geld.
Courant-Geld Banco-Geld.

Hierbey ist folgende Regel zu beobachten, damit man die fehlenden Zahlen bekomme. Wenn man Zahlen zusetzen muß, so auf beyden Seiten fehlen, müssen sie nach der Verhältniß angenommen werden, die sich unter den Dingen findet, so in der Frage fehlen.

In

In der eben jetzo vorgetragenen Aufgabe fehlte auf der einen Seite das Courant-Geld, und auf der andern das Banco-Geld, wie wir denn diese Benennungen hingesetzet haben: aber es müssen ihnen auch Zahlen zukommen, und zwar solche, die von der Verhältniß, welche zwischen dem Banco-Geld und Courant-Geld ist, hergenommen werden. Diese Verhältniß nun kann man aus Büchern wissen, oder sie doch von Kaufleuten als festgesetzte Dinge erfahren. Wir finden, daß die Verhältniß zwischen Banco-Geld und Courant-Geld so ist, daß 6 fl. Banco 7 fl. Courant gelten; also bediene ich mich dieser Zahlen, um den leeren Platz, welchen ich in meinem Satz gelassen, auszufüllen, und setze 7 bey dem Namen Courant-Geld, und die 6 bey dem Namen Banco-Geld, und so werde ich meinen Satz völlig eingerichtet haben.

Banco Geld fl. 54 — * Courant Geld.
Courant-Geld fl. 7 — 6 fl. Banco-Geld.

Und denn spricht man dieses also aus: Wie viel machen 54 fl. Banco Geld an Courant-Gelde aus, wenn 6 fl. Banco-Geld 7 fl. Courant gelten?

9. 54 — *
7 — 6

Antw. 63 fl. Courant.

Wenn

Wenn 3 Ellen 25 Gülden Banco-Geld kosten, was kosten 36 Ellen an Courant-Gelde?

Ellen	3. —	25 fl. Banco-Geld.
Banco-Geld fl.	6 —	7 Courant-Geld.
Courant-Geld	* —	36 Ellen.

3 — 25 | 25.
6 — 7 | 2
* — 36. 6. 2 | ——
 | 50
 | 7
 | ——
 | 350

Antw. 350 fl. Courant-Geld.

Wenn 5 tb. 3 fl. kosten, wie viel ggr. kostet 1 tb.?

tb.	5 —	3 fl.
ggr.	* —	1 tb.
Gülden.		ggr.

Man siehet hier, daß der Name der ggr. auf einer Seite, wie der Name der Gülden auf der andern, fehlt; folglich sind die Zahlen so hinzusetzen, wie es die Verhältniß zwischen ggr. und Gülden mit sich bringet. Da nun 1 fl. 16 ggr. ausmacht, so setze ich 1 bey dem Namen Gülden, und 16 bey dem Namen ggr.; und alsdenn wird unsere Regel vollständig seyn.

tb.

℔. 5 — 3 fl.	5 — 3		
fl. 1 — 16 ggr.	1 — 16		
ggr. * — 1 ℔.	* — 1		
	48	5	
		$9\frac{3}{5}$ ggr.	

Antw. $9\frac{3}{5}$ ggr. oder 9 ggr. $7\frac{1}{5}$ pf.

Wenn 84 ℔. Amsterdammer Gewicht 65 Thlr. Hamburger Banco kosten, wie viel hannöverische Courant-Thaler kostet 1 ℔. hannöverisch Gewicht?

Amsterd. ℔. 84 — 65 Rthlr. Hamb. B.
Hannöv. Cour. Rthlr. * — 1 ℔. hannöv. Gew.
Hannöv. ℔. — Amst. ℔.
Hamb. Banco. — hannöv. Cour. Rthlr.

Hier findet sich, daß auf einer Seiten hannöverische ℔. fehlen, und auf der andern Amsterdammer ℔., imgl. auf der einen Seite Hamburger Banco-Thaler, und auf der andern hannöverisch Courant. Ich setze derohalben diese Wörter hinzu, damit in beyden Columnen einerley Namen seyn mögen. Nunmehro muß ich die Zahlen dazu setzen, welche aus der Verhältniß der Amsterdammer ℔. zu den hannöverischen hergenommen sind. Ich nehme als bekannt an, daß 98 Amsterdammer ℔. 102 hannöverische ℔. ausmachen, und setze dahero 102 zu den hannöverischen, imgl. 98 zu den Amsterdammer ℔. Auf gleiche Weise setze ich 10 zu den Hamburger Banco-Rthlr. und 13 zu den hannöverischen Courant-Rthlr, indem ich voraussetze,

daß

daß 10 Rthlr. Hamb. Banco 13 hannöverischen Courant-Rthlrn. gleich kommen.

Hannöv. ℔. 102 — 98 Amsterd. ℔.
Amsterd. ℔. 84 — 65 Rthlr. Hamb. Banco.
Hamb. B. Rthlr. 10 — 13 hannöv. Cour. Rthlr.
Hannöv. Cour. Rthlr. * — 1 ℔. hannöv. Gewicht.

102 — 98. 49. 7
12. 84 — 65. 13
2. 10 — 13
* — 1

204 39
102 13

1224 169
7

1183 | 1224

$\frac{1183}{1224}$ Rthlr.

Antw. $\frac{1183}{1224}$ Rthlr. oder 34 Mgr. $6\frac{6}{17}$ pf. hannöverisch Courant.

Im Falle die Aufgabe also gelautet hätte: Wenn 84 ℔. Amsterdammer Gewicht 65 Rthlr. Hamburger Banco kosten, wie viele Mariengroschen kostet 1 ℔. hannöverisch Gewicht?

So würde die Aufgabe anfänglich stehen wie folget:

Amsterd. ℔. 84 — 65 Rthlr. Hamb. Banco.
Mariengr. * — 1 ℔. hannöverisch.

Wir

Wir finden allhier, daß uns die Verhältniß der Amsterdammer und hannöverischen ℔. fehlet, deswegen wird dieselbe gehörig hinzugesetzt.

Amst. ℔. 84 — 65 Rthlr. Hamb. Banco.
Mariengr. * — 1 ℔. Hannöv.
Hannöv. ℔. 102 — 98 ℔. Amsterd.

Allein dieses ist nicht genug, sondern wir müssen auch die Vergleichung der Mariengroschen und der Hamburger Banco-Thaler wissen. Wir setzen demnach die Aufgabe ferner auf folgende Weise:

Amsterd. ℔. 84 — 65 Rthlr. Hamb. Banco.
Mariengr. * — 1. ℔ Hannöv.
Hannöv. ℔. 102 — 98 ℔. Amsterd.
Hamb. B. Rthlr. — Mariengr.

Gesetzt nun, wir wüßten nicht eigentlich, wie viele Mariengroschen 1 Rthlr. Banco ausmachen; uns wäre jedoch bekannt, daß 36 Mgr. 1 Rthlr. Hannöv. ausmachen, und daß 10 Rthlr. Banco 13 Rthlr. Hannöv. betragen, daß wir also die hannöverischen Thaler sowohl mit Banco-Thalern als mit Mariengroschen vergleichen könnten: so müßten wir endlich dieses mit den zugehörigen Zahlen, der allgemeinen Regel gemäß, auf folgende Art hinzufügen:

Amsterd. ℔. 84 — 65 Rthlr. Hamb. Banco.
Mariengr. * — 1 ℔. hannöverisch.
Hannöv. ℔. 102 — 98 ℔. Amsterd.
Hamb. B. Rthlr. 10 — 13 Rthlr. hannöverisch.
Hannöv. Rthlr. 1 — 36 Mariengr.

2. 12 84. — 65. 13.
* — 1.
17. 102. — 98. 49. 7.
2. 10. — 13.
1. — 36. 6.

169
7

1183 | 34
34 $\frac{27}{34}$

Antw. $34\frac{27}{34}$ Mgr. oder 34 Mgr. $6\frac{6}{17}$ pf. wie vorhin.

Sicherer aber könnte man es in folgender Ordnung ansetzen, wie bald hernach mit mehrern erinnert werden soll.

Hannöv. ℔. 102 — 98 ℔. Amsterd.
Amst. ℔. 84 — 65 Rthlr. Banco.
Banco-Rthlr. 10 — 13 Rthlr. Hannöv.
Hannöv. Rthlr. 1 — 36 Mgr.
Mgr. * — 1 ℔. Hannöv.

welches man sonsten die Kettenrechnung zu nennen pfleget.

Wenn 65 Brabander Ellen Spitzen 593 holländische fl. Courant kosten, was kostet eine Elle Leipziger Maaß in Leipziger Thalern und ggr.

Brabander Ellen 65 — 593 fl. holländ. Cour.
Leipziger Rthlr. * 1 Elle Leipzige Maaß.

Ich nehme an, daß 2 fl. holländ. Courant 1 Rthlr. Leipziger ausmachen, imgl. daß 84 Brabander

der Ellen 100 Leipziger Ellen gleich sind. So wird die Regel also stehen:

Leipziger Ellen 100 — 84 Ellen Braband.
Brabander Ellen 65 — 593 fl. holl. Courant.
Holländ. fl. 2 — 1 Rthlr. Leipziger.
Leipziger Rthlr. * — 1 Elle Leipz. Maaß.

25. ~~100~~ — ~~84~~. 21
65 — 593
2 — 1
* — 1

50 593
65 1186

3250 12453 | 3250
$3\frac{2703}{3250}$ Rthlr. Leipz.

Antw. $3\frac{2703}{3250}$ Rthlr. od. 3 Rthlr. 19 ggr. $11\frac{257}{1625}$ pf. Leipziger Courant.

Auf andere Art:

Wir wollen setzen, daß die Verhältniß des Leipziger Geldes zu dem holländischen so beschaffen sey, daß ein Leipziger Thaler 38 Stüver holländisch Courant ausmachte; so wird das obige Exempel nunmehro so stehen:

Brab. Ellen 65 — 593 fl. holl. Courant.
Holl. Cour. Stüv. 38 — 1 Rthlr. Leipz.
Leipz. Thal. * — 1 Elle Leipz. Maaß.

Da ich nun ferner weiß, daß 84 Brabander Ellen 100 Ellen Leipziger, und 1 fl. holländisch Courant 20 Stüver holländisch Courant ausmachen;

chen; so muß ich endlich diese Aufgabe also ansetzen:

Leipz. Ellen	100	—	84 Brab. Ellen.
Brab. Ellen	65	—	593 fl. holl. Courant.
Holl. Cour. fl.	1	—	20 Stüv. holl. Courant.
Holl. Cour. St.	38	—	1 Rthlr. Leipziger.
Leipzig. Thaler	*	—	1 Elle Leipz. Maaß.

5.	~~100~~	—	84
	65	—	593
	1	—	~~20~~
	38	—	1
	*	—	1
	190		2372
	65		4744
	950		49812 | 12350
	114		$4\frac{206}{6175}$
	12350		

Antw. $4\frac{206}{6175}$ Rthlr. od. 4 Rthlr. $9\frac{3753}{6175}$ pf. Leipziger.

Eines solchen Umschweifs hat man sich zu bedienen, wenn wir die Verhältniß nicht wissen, die zwischen zweyen Dingen liegt: alsdenn ist es nöthig, selbige aus andern bekannten ausfindig zu machen. Man siehet aus dem gegebenen vorhergehenden Exempel klärlich, daß wir uns der Stüver bedienten, da wir nicht wußten, was für eine Verhältniß die holländischen Gülden und Leipziger Thaler zu einander hatten. Uns deutlicher zu erklären, wollen wir noch ein Exempel hinzufügen.

Eine

Eine gewisse Waare von 32 ℔. kostet 24 Rthlr. was kostet 1 ℔. an Gülden? Wir setzen, es sind deutsche Reichsthaler, und ich weiß nicht, wie sich Reichsthaler zu Gülden verhalten; ich weiß aber doch, daß ein Reichsthaler 8 fl. fläm. beträgt, und ein fl. fläm. 6 Stüver, und 20 Stüver einen solchen Gülden, wovon hier die Rede ist, ausmachen. Dieses ist hinlänglich, die Regel folgendermassen zu setzen.

℔. 32 — 24 Rthlr.
Rthlr. 1 — 8 fl. fläm.
fl. fläm. 1 — 6 Stüver.
Stüver 20 — 1 Gülden.
fl. * — 1 ℔.

---

4. ~~32~~ — ~~24~~. ~~6~~. 3
1 — 8
1 — ~~6~~. ~~3~~
5. ~~10~~. ~~20~~ — 1
* — 1. 9 | 5 / $1\frac{4}{5}$

Antw. 1 fl. 16 Stüver.

Es ist leicht zu begreifen, daß die angegebene Art zu verfahren sehr geschickt sey, allerley Arten von Maaß, Gewicht und Münzen zu vergleichen. Anderer unendlich vieler Vortheile, welche sich bey Wechseln und anderen

deren vorfallenden Begebenheiten äussern, zu geschweigen. Wir müssen davon einige Beyspiele mittheilen, welche anfangs etwas verwickelt scheinen, aber nach unserer Vorschrift eben so leicht, wie die vorhergehenden, gemacht werden können.

Es sind 325 ℔. Waare für 450 fl. eingekauft, es fragt sich, wie hoch muß man 1 ℔. wieder verkaufen, wenn 30 vom Hundert sollen gewonnen werden? Alle Schwierigkeit bestehet in dem Mangel der Verhältnisse, und der Namen, die in der Frage stehen sollten. Daher ist zu merken, daß das Geld, welches man für die Waare zahlt, den Namen des ausgelegten Geldes bekommen, dasjenige Geld aber, das man im Wiederkauf erhält, empfangenes Geld heissen kann; folglich daß es einerley ist, ob ich sage: ich will 30 mit 100 gewinnen; oder: ich will vor 100 fl. ausgelegtes Geld 130 haben. Diese Anmerkung zeiget sofort, wie man die Regel der Frage gemäß setzen soll. Denn eigentlich heißt es so viel: Wenn vor 325 ℔. 450 Gulden ausgezahlt sind, wie viel muß man vor 1 ℔. haben, wenn 100 ausgelegte Gulden 130 einbringen sollen? Hier siehet man bald, daß sich die 100 ausgelegten und die 130 zu erwerbenden Gulden auf einander beziehen: und eben dieses Beziehen fehlete uns vorher, deshalb wir auch nicht im Stande waren, die gehörigen Stücke auf beyden Columnen zu schreiben. Ich setze folglich die beygeschriebene Art.

℔. 325 — 450 fl. ausgelegt oder
Einkauf oder Einkauf.
ausgelegt Geld fl. 100 — 130 fl. Empf. od. Verk.
Verkauf oder em-
pfangen Geld fl. * — 1 ℔.

5. 65. 325 — 450. 9
100 — 130
* — 1

Antw. 1 fl. 12 ggr. $9\frac{3}{5}$ pf.

In dergleichen Fragen ist die Verhältniß zwischen dem ausgelegten Gelde, und dem Gelde, das man wieder einnehmen will, jederzeit zu suchen. Noch ein Exempel:

378 ℔. kosten im Einkauf $303\frac{4}{5}$ fl. wie hoch muß das ℔. wieder verkauft werden, die Hälfte zu gewinnen? das ist, für 1, das man ausgelegt hat, $1\frac{1}{2}$ wieder zu kriegen. Hier ist die Regel also hinzuschreiben:

378 ℔. — $303\frac{4}{5}$ fl. Einkauf.
Einkauf fl. 1 — $1\frac{1}{2}$ fl. Verkauf.
Verkauf * — 1 ℔.

4
18. 54. 378 — 303 — 1519. 217
5
1
1 — 1 — 3
2
* — 1
5
2

Antw. 1 fl. 3 ggr. $3\frac{7}{15}$ pf.

Siehe unten in der Zugabe S. 174. bey dem 18ten und 21sten Exempel, wie Verlust oder Gewinn gefunden wird, wenn der Preis im Verkaufe gegeben ist.

Die vorgetragenen Sätze zeigen uns, wie wir uns bey Wechseln verhalten sollen. Z. E.

57 Pfund Hamb. Gewicht kosten in Hamburg 63 Rthlr. Cour. wie viel Thaler kostet 1 Pfund Leigziger Gewicht zu Leipzig; wenn man den Wechselcours zu 12 pro Cent zum Vortheil der Hamburger annimmt, d. i. wenn man setzet, 100 Rthlr. Hamburger Courant gelten in Leipzig 112 Rthlr. imgl. 25 Pf. Hamburger betragen 26 Pf. Leipz. Gewicht.

Leipziger Pfunde	26	—	25 Pf. Hamb.
Hamb. Pfunde	57	—	63 Rthlr. Hamb. C.
Hamb. Rthlr.	100	—	112 Rthlr. Leipz.
Leipziger Rthlr.	*	—	1 Pfund Leipziger.

13.	~~26~~	—	~~25~~		
19.	~~57~~	—	~~63~~.	21	
~~4~~.	100	—	112.	28.	14
	*	—	1		

57
19
———
247

14
28
———
294 | 247
———
$1\frac{47}{247}$

Antw. $1\frac{47}{247}$ Rthlr. oder 1 Rthlr. 4 ggr. $6\frac{198}{247}$ pf.

Wollte man zugleich den Vortheil, der bey dem Verkaufe der Waare gemacht werden soll, mit hineinbringen; so müßte denn die Frage also lauten:

57

57 Pfund Hamburger Gewicht kosten in Hamburg 63 Rthlr. Courant, wie viele Thaler kostet 1 Pfund Leipziger Gewicht zu Leipzig, wenn man 16 auf 100 im Verkaufe gewinnen will? so müßte die Frage folgendergestalt angesetzet werden:

```
   Leipziger Pfund 26 — 25 Pfund Hamburger.
   Hamb. Pfund     57 — 63 Rthlr Hamb. Cour.
   Hamb. Rthlr.   100 — 112 Rthlr. Leipz. im Eink.
Eink. Leipz. Rthlr. 100 — 116 Rthlr. Leipz. Verk.
          13.  26 — 25
          19.  57 — 63. 21
          25. 100 — 112. 28. 14
          52. 100 — 116. 29
                * — 1
       ----------       ----------
          75              116
         25               29
       -------          -------
         325              406
          19               21
       -------          -------
        2925              406
        325               812
       -------          -------
        6175             8526 | 6175
                              | ------
                              | 1 2351/6175
```

Antw. $1\frac{2351}{6175}$ Rthlr. oder 1 Rthlr. 9 ggr. $1\frac{4013}{6175}$ pf.

Weil man die Waaren in Tonnen, in Kästen, Körben oder Matten u. s. w. eingepackt verkauft; imgleichen darum, weil leicht etwas kann davon verdorben seyn, oder gar nicht taugen, so pflegen die Kaufleute etwas vom Gewichte

 abzu-

abzulassen, welches sie mit dem Packwerke abwiegen. Wird nun die Waare mit allem gekauft, was schlimm daran ist, oder nicht genutzet werden kann; so nennet man das nach der Kaufleute Mundart Brutto, und das, was man abziëht, Tare; der Ueberbleibsel aber, wenn Tare und Brutto abgezogen ist, heisset Netto. Tare ist gemeiniglich durch eine gewisse Zahl von Pfunden bey jedem 100 ausgemacht. Z. E. wie viel Pfund Netto machen 566 Pfund Brutto, wenn für die Tare 18 Pfund von 100 gerechnet wird? Soll die gehörige Verhältniß angegeben werden, um die Frage aufzulösen, so braucht man nur darauf Achtung zu geben, daß, indem 18 Pfund Tare von 100 Brutto abgezogen werden, nur 82 Pfund Netto übrig bleiben, dergestalt, daß 82 Pfund Netto 100 Pfund Brutto gleich sind. Deshalb setze man die Zahlen wie folget:

Brutto Pfund 100 — 82 Pfund Netto.
Netto Pfund * — 566 Pfund Brutto.

100 — 82
* — 566

Antw. $464\frac{3}{25}$ Pfund Netto.

Den Nutzen dieser Art zu rechnen mit mehrern zu zeigen, will ich eine Aufgabe vortragen, welche gewiß weitläuftig und schwer aufzulösen seyn würde, wenn man nach der gemeinen Art verfahren wollte. Nach der gegebenen Vorschrift aber ohne einige Mühe sofort herauszubringen stehet.

Wenn

Wenn 57 ℔. Brutto zu Amsterdam 51 Rthlr. Banco kosten, wie theuer muß ich in Hannover 1 lb. Netto verkaufen, im Falle ich 40 von 100 gewinnen will; gesetzt, daß die Taxe 10 pro Cent zum Vortheil der Hannoveraner, imgleichen 100 Rthlr. Amsterdammer Banco in Hannover 132 Rthlr. betragen, und endlich 98 ℔. in Amsterdam 102 hannöverische ℔. ausmachen.

Man betrachte nur die folgende Einrichtung.

Amsterd. ℔. Brutto	57	—	51 Rthlr. Banco.
Banco Rthlr.	100	—	132 Rthlr. Hann. E.
Eink. Hannöv. Rthlr.	100	—	140 Rthlr. H. Verk.
Verk. Hann. Rthlr.	*	—	1 ℔. Hannöv. Netto.
Hannöv. Netto ℔.	90	—	100 ℔. H. Brutto.
Hannöv. ℔. Brutto	102	—	98 ℔. Amst. Brutto.

Sicherer könnte man dieses Exempel also ansetzen.

Hannöv. ℔. Netto	90	—	100 ℔. H. Brutto.
Hannöv. ℔. Brutto	102	—	98 ℔. Amst. Brutto.
Amsterd. ℔. Brutto	57	—	51 Rthlr. Banco E.
Eink. Banco Rthlr.	100	—	132 Rthlr. Hann. E.
Eink. Hann. Rthlr.	100	—	140 Rthlr. Hann. V.
Verk. Hann. Rthlr.	*	—	1 ℔. Hannöv. Netto.

3. 90	—	100	
3. 51. 102	—	98. 49	
19. 57	—	51. 17	
25. 100	—	132. 33. 11	
100	—	140	
*	—	1	
9		196	
25		49	
225		686	
19		686	
2025		7546	4275
225			$1\frac{3271}{4275}$
4275			

Antw. $1\frac{3271}{4275}$ Rthlr. oder 1 Rthlr. 27 Mgr. $4\frac{173}{457}$ pf.

Im Falle man ausser den bisherigen Bedingungen dieses Exempels noch ein Verhältniß des Geldes in den Satz bringen wollte; z. E. man wollte den Verkauf der Waare in Hannover nicht nach Thalern, sondern nach Kaisergulden finden: so müßte das Exempel auf diese Art angesetzet werden.

Amsterd. Pf. Brutto	57	—	51 Rthlr. Banco.
Banco-Rthlr.	100	—	132 Rthlr. Hannöv.
Hannöv. Rthlr.	2	—	3 fl. Hann. Eink.
Eink. Hannöv. fl.	100	—	140 fl. Hann. Verk.
Verk. Hannöv. fl.	*	—	1 ℔. Hann. Netto.
Hannöv. Netto ℔	90	—	100 ℔. Hann. Brutto.
Hannöv. ℔. Brutto	102	—	98 ℔. Amst. Brutto.

Sicherer

Sicherer also:

Hann. Netto ℔. 90 — 100 ℔. Hannöv. Brutto.
102 — 98 ℔. Amsterd. Brutto.
57 — 51 Rthlr. Banco.
100 — 132 Rthlr. Hannöv. Eink.
100 — 140 Rthlr. Hannöv. Verk.
2 — 3 fl. Hannöv. Verkauf.
* — 1 ℔. Hannöv. Netto.

3. ~~90~~ — ~~100~~.
3. ~~51~~. 102 — ~~98~~. 49.
19. ~~57~~ — ~~51~~. ~~17~~.
25. ~~100~~ — ~~132~~. ~~33~~. 11.
~~100~~ — ~~140~~. 7.
~~2~~ — ~~3~~.
Verk. Hannöv. fl. * — 1.

75   343
19   343

675   3773 | 1425
75      $3\frac{923}{1425}$

1425

Antw. $2\frac{923}{1425}$ fl. oder 2 fl. 15 Mgr. $4\frac{172}{475}$ pf. welches mit dem Vorigen einerley ist, und dahero zugleich zur Probe, daß recht gerechnet sey, dienen kann.

Wer Acht gegeben hat, wie der Satz gemachet wird, und wie allmählig mehr Umstände in die Frage gebracht worden, der wird bey andern Exempeln keine Schwierigkeit finden. Man wird auch nach gerade mehr und mehr einsehen, daß die Regel, wo nicht in allen, doch in den meisten Fällen, die im gemeinen

Leben

leben, in der Handlung und in den Gewerben vorkommen, brauchbar, und dahero mit Recht allgemein zu nennen sey.

Ueberhaupt merke man, sonderlich bey grossen und weitläuftigen Exempeln, diesen allgemeinen Vortheil, um den Satz leicht und richtig zu machen.

Man setze dasjenige, wovon der unbekannte Werth, oder überhaupt das Unbekannte gesuchet wird, vor allen Dingen zuletzt in der Columne zur rechten Hand. Gegen über zur Linken setze man den Stern, als das Fragezeichen, mit dem völligen Namen dessen, was man suchet. Nachdem dieses geschehen, fange man zur Linken den Satz mit eben dem Namen an, den man am Ende zur Rechten hat, und setze die dazu gehörige Zahl, so in der Aufgabe gegeben, oder sonst bekannt ist, dazu. Daneben aber in der Columne zur Rechten kommt das Gleiche von dem, womit die Frage angefangen ist. Die folgende Zeile fange man wieder mit dem an, was in der ersten Zeile das Letzte gewesen ist. In dieser zweyten Zeile setze man abermals zur Rechten das Gleiche von dem, was in eben dieser zweyten Zeile zur Linken stehet. Und auf diese Art kann man immer kettenweise fortgehen, bis man wieder auf dasjenige kömmet, was in der letzten Zeile zur Linken, als das Gesuchte, stehet. Man muß sich aber hierbey wohl in Acht nehmen, daß man ein jedes Ding mit seinem völligen Namen benenne, damit man nichts auslasse, was zur Rechnung erfordert wird. Nimmet man diese Vorschrift genau in Acht, so wird man die weitläuftigsten Exempel leicht ansetzen und berechnen kön-

können. Die vorstehenden und folgenden Exempel machen diese Vorschrift deutlich.

Der Verfasser füget immittelst noch folgende Exempel zu mehrerer Erläuterung der Sache hinzu.

Wie viel gewinnet man mit 100, wenn 57 ℔. Amsterdammer Gewicht 66 Rthlr. Hamb. Courant gekostet haben, im Falle man 1 ℔. Hamburger Gewicht für 1 Rthlr. 16 ßl. verkaufet? Merke: Ein Rthlr. macht 48 Hamb. ßl.

Amsterd. ℔. 57 — 66 Rthlr. Hamb. C. E.
E. Hamb. C. Rthlr. 100 — * Rthlr. Hamb. C. Verk.
V. Hamb. C. Rthlr. $1\frac{1}{3}$ — 1 ℔. Hamb. Gewicht.
Hamb. Gewicht ℔ 100 — 98 ℔. Amst. Gewicht.

Oder nach der eben gegebenen Vorschrift auf folgende Art angesetzet:

E. Hamb. C. Rthlr. 66 — 57 ℔. Amst. Gewicht.
98 — 100 ℔. Hamb. Gewicht.
1 — $1\frac{1}{3}$ Rthlr. Hamb. C. V.
V. Hamb. C. Rthlr. * — 100 Rthlr. Hamb. C. E.

11. 22. 66. — 57. 19.
49. 98. — 100
1
1 — 1 — 4. 2.
3
* — 100
3

190000 | 1617
| $117\frac{811}{1617}$

Antw. Wenn man für 100 Rthlr. Waare eingekaufet hat, so bekömmet man im Verkaufe $117\frac{811}{1617}$ Rthlr. oder 117 Rthlr. $24\frac{40}{539}$ ßl. wieder, und hat demnach,

nach, wenn man die Ausgabe von der Einnahme abziehet, 17 Rthlr. $24\frac{40}{539}$ ßl. mit 100 gewonnen.

Wenn 150 lb. in Hamburg 206 Rthlr. Cour. gekostet haben, und es kostet das lb. zu Braunschweig $1\frac{1}{2}$ Rthlr., so frägt es sich, wie hoch ist der Wechsel, und wer hat den Vortheil?

Hamb. Cour. Rthlr. 206 — 150 ℔. Hamb.
Hamburger ℔. 100 — 103 ℔. Braunschw.
Braunschw. ℔. 1 — $1\frac{1}{2}$ Rthlr. Braunschw.
Braunschw. Rthlr. * — 100 Rthlr. Hamb. C.

2. 206 — 150. 75.
100 — 103.
1
1 — 1 · 3.
2.
* — 100.

2 225

Antwort: der Wechsel macht zum Vortheil der Hamburger $12\frac{1}{2}$ pro Cent, weil man siehet, daß 100 Rthlr. Hamburger Courant $112\frac{1}{2}$ Rthlr. in Braunschweig gelten.

Man siehet leicht, daß ich meinen Zweck auch erhalten könnte, wenn ich suchte, was 100 Rthlr. Braunschweigisch in Hamburg machten? da denn die Antwort $88\frac{8}{9}$ Rthlr. heissen würde. Zöge ich dieses von 100 ab, so wäre klar, daß die Hamburger auf $88\frac{8}{9}$ Rthlr. $11\frac{1}{9}$ Rthlr in Braunschweg gewonnen; od. daß 100 Rthlr. Braunschweiger Geld in Hamburg $88\frac{8}{9}$ Rthlr. gelten, und also die Braunschweiger in Hamburg $11\frac{1}{9}$ Rthlr. auf 100 Rthlr. verlieren. Allein weil man dergleichen Zahlen lieber

ohne

ohne die Art Brüche, am liebsten aber in 100 hat; so müßte man in solchem Falle entweder noch einmal auf die Art ansetzen, wie vorhin geschehen ist, oder man müßte auch also rechnen, $88\frac{8}{9}$ Rthlr. gewinnen $11\frac{1}{9}$ Rthlr., was gewinnen 100 Rthlr. da man denn gleichfalls die Zahl $12\frac{1}{2}$ finden würde. Welches endlich auch erfolget, wenn man also verfähret: $88\frac{8}{9}$ Rthlr. Hamburger Courant gelten in Braunschweig 100 Rthlr., was gelten daselbst 100 Rthlr. Hamb. Courant? Diese Anmerkung wird dazu dienen, daß der Leser nicht zweifelhaft werde, in welche Columne der Stern bey dergleichen Fragen gesetzet werden müsse.

Die bisher vorgetragenen Exempel können zwar hinlänglich seyn, zu zeigen, daß man die Wechselrechnungen nach dieser allgemeinen Regel sehr leicht und bequem führen kann. In den Exempeln, die wir gehabt haben, sind auch bereits die verschiedenen Maassen, die Taxe, imgleichen der vorgesetzte Vortheil bey der Handlung zugleich mit berechnet worden, welches doch wohl alles ist, so in dergleichen Fällen bey einem Handelsmanne zugleich in einer Frage stehen kann. Man müßte denn noch Provision, Fracht und Accise, oder dasjenige, was die Handelsleute Unkosten zu nennen pflegen, dazu thun, wovon aber bald ein mehreres folgen soll. Zum Ueberfluß will ich noch ein Exempel hinzu thun, worinne die Geldrechnung allein, jedoch unter verschiedenen Umständen vorkömmet. Nach diesem Exempel wird man im Stande seyn, alle Wechsel zu berechnen, wenn man nur aus dem Wechselcours das Geld, so man berechnen will, in

einer andern Münzsorte weiß, und zugleich dieses auf irgend eine Weise mit dem bekannten Gelde vergleichen kann.

Man soll den Werth von 1 ℔. Sterl. in hamburgischem Courantgelde finden, wenn aus dem Wechselcours bekannt ist, daß 1 ℔. Sterling 33 ßl. flämisch und 8 Groot ausmachet. Sollte ich den Wechsel bloß im holländischen Gelde berechnen, so wäre diese Nachricht hinlänglich. Allein da ich den Wechsel in hamburgischem Gelde finden soll, so muß ich auch den Werth von diesem in ßl. fläm. wissen. Ich nehme als bekannt an, entweder aus dem Wechselcours, oder aus andern Nachrichten, daß 13 Rthlr. Hamburger Courant 80 ßl. flämisch ausmachen.

lb. Sterl. 1 — $33\frac{2}{3}$ ßl. flämisch.
ßl. fläm. 80 — 13 Rthlr. Hamb. Courant.
Rthlr. H. C. * — 1 lb. Sterl.

2
1. — 33 — 101
3
80 — 13
* — 1

3 | 303
240 | 101 | 240
1313 | 5 Rthlr. $22\frac{3}{5}$ ßl. H. C.

Antw. 5 Rthlr. $22\frac{3}{5}$ ßl. Hamb. Cour.

Wenn wir bey der vorigen Frage nicht wüßten, wie viele ßl. fläm. ein Rthlr. Hamb. Courant ausmachte; dagegen aber wäre uns bekannt, daß 100 Rthlr. Hamburg. Banco 130 Rthlr. Hamb. Courant

rant austrügen, imgleichen daß 8 ßl. flämisch einen Rthlr. Hamb. Banco ausmachen; so würde das Exempel also stehen:

℔. Sterl.	1	—	$33\frac{2}{3}$ ßl. flämisch.
ßl. fläm.	8	—	1 Rthlr. Hamb. Banco.
Hamb. B.	100	—	130 Rthlr. Hamb. Cour.
Hamb. Cour.	*	—	1 ℔. Sterl.

x
1 — 33 — 101
3
8 — 1
100 — 130
* — 1

$\frac{3}{240}$	1313 | 240 — $5\frac{113}{240}$

Antwort 5 Rthlr. $22\frac{3}{5}$ ßl. Hamburger Courant.

Wir wollen setzen, wir wüßten weder das Hamburger Courant- noch Banco-Geld in fläm. Schillingen. Das übrige aber wäre wie vorhin; so können wir den Wechsel gar nicht berechnen, es sey denn, daß wir den Werth des hamburgischen Geldes auf andere Weise mit den gegebenen ßl. flämisch zu vergleichen wissen. Wir wollen als bekannt annehmen, daß 4 französische Livres 5 ßl. flämisch, und 32 französische Livres 5 Rthlr. Hamburger Banco ausmachen; so wird die Rechnung also ausfallen.

Pfund Sterl. 1 — $33\frac{2}{3}$ ßl. flåm.
ßl. flåm. 5 — 4 französische Livres.
Französ. Livres 32 — 5 Rthlr. Hamb. Banco.
Hamb. Banc. 100 — 130 Rthlr. Hamb. Cour.
Hamb. C. Rthlr. * — 1 Pfund Sterl.

2
1 — 33 — 101
3
5 — 4
8. 32 — 5
100 — 130
* — 1

3 1313 | 240
$5\frac{113}{240}$

Antw. 5 Rthlr. $22\frac{3}{5}$ ßl. Hamburger Courant.

Wäre uns bey diesem Exempel die Verhältniß der französischen Livres zu Hamburger Courant-Thalern nicht bekannt, wir wüßten dagegen aber, daß 128 Sous einen Rthlr. Banco, imgleichen daß 20 Sous einen Livre, ferner, daß 4 Livres 5 ßl. flåm. und 8 ßl. flåm. 1 Rthlr. Hamburger Banco, endlich, daß 100 Rthlr. Banco 130 Rthlr. Cour. ausmachten, so müßte man also verfahren:

Pfund Sterl. 1 — $33\frac{2}{3}$ ßl. flämisch.
5 — 4 Livres.
1 — 20 Sous.
128 — 1 Rthlr. Banco.
100 — 130 Rthlr. Courant.
* — 1 Pfund Sterl.

			2		
		1 —	33 —	101	
				3	
		5 —	4		
		1 —	20.	4	
8.	32.	128 —	1		
		100 —	130		
		* —	1		
		3		1313	240 / $5\frac{113}{246}$

Antw. 5 Rthlr. $22\frac{2}{5}$ ßl. Hamb. Courant.

Alles Vorige soll bleiben; nur verlange ich zu wissen, was 1 Pfund Sterl. in lüneburgischen $\frac{2}{3}$ Stücken thut. In diesem Falle muß ich zuvörderst wissen, wie die $\frac{2}{3}$ Stücke sich zu einer Art von dem gegebenen Gelde verhalten. Wenn wir voraussetzen, daß 3 lüneburgische Gulden 2 Rthlr. Hamburger Courant ausmachen; so wird unsre Rechnung also aussehen, indem nur diese einzige Verhältniß zugesetzet werden muß.

Pfund Sterl.	1	—	$33\frac{2}{3}$ ßl. fläm.
	5	—	4 Livres.
	1	—	20 Sous.
	128	—	1 Rthlr. Banco.
	100	—	130 Rthlr. Courant.
	2	—	3 lüneburgische fl.
Lüneb.	*	—	1 Pfund Sterl.

		2	
1	—	33 —	101
		3	
8	—	4	
1	—	20. 4	
8. 32. 128	—	1	
100	—	130	
2	—	3	
*	—	1	
3			

1313	160
	$8\frac{33}{160}$

Antw. 8 fl. $6\frac{3}{5}$ ßl. oder 8 fl. $4\frac{10}{20}$ Mgr.

Gesetzt ferner, daß die lüneburgischen Gulden ausser dem, was in dem vorigen Falle bemerket ist, noch 2 pro Cent gegen das Hamburger Courant verlöhren; so ist alsdenn die Frage, was 1 ℔. Sterling an lüneburgischen Gulden thut, also aufzulösen.

℔. Sterl.	1	—	$33\frac{2}{3}$ ßl. flämisch.
	5	—	4 Livres.
	1	—	20 Sous.
	128	—	1 Rthlr. Banco.
	100	—	130 Rthlr. Courant.
	98	—	100 (Agio 2 ab) Rthlr.
	2	—	3 Gulden. (Luneb.
Gulden	*	—	1 ℔. Sterling.

2
1 — 33 — 101
3
5 — 4
1 — 20. 4
8. 32. 128 — 1
100 — 130. 65
98 — 102
2 — 3
* — 1
3

6565 | 784
$8\frac{293}{784}$

Antw. 8 Gulden $8\frac{95}{98}$ Mgr. oder beynahe 9 Mgr.

Endlich wollen wir noch setzen, daß alles bleibet wie vorhin; allein man soll den Werth von 1 Pfund Sterl. in lüneburgischer Courantmünze, jedoch nach Gulden gerechnet, finden. Wobey ich als bekannt zum Grunde setze, daß 100 an $\frac{2}{3}$ Stücken $3\frac{1}{2}$ an Courantmünze gewinnen. Da denn endlich unser Exempel sich also zeigen wird:

Pfund Sterl.	1	—	$33\frac{2}{3}$ ßl. flämisch.
	5	—	4 Livres.
	1	—	20 Sous.
	128	—	1 Bancothaler.
	100	—	130 Rthlr. Courant.
	98	—	100 Rthlr. Agio 2 ab.
	100	—	$103\frac{1}{2}$ Agio $3\frac{1}{2}$ zu.
	2	—	3 Gulden lüneburg.
	*	—	1 Pfund Sterling.

```
              2
    1 — 33 — 101
              3
    8 — 4
    1 — 20  4
8.32.128 — 1
  100 — 130
   98 — 100
              1
  100 — 103 — 207
              2
    2 — 3
    * — 1
    3
    2
```

271791	31360
	$8\frac{20011}{31366}$

Antw. $8\frac{20011}{31366}$ fl. oder 8 fl. $16\frac{23}{3926}$ Mgr.

Im Falle es geheissen hätte: 100 Rthlr. Hamburger Courant gewinnen 2 Rthlr. gegen das lüneburgische Geld, anstatt daß es hiesse: die Lüneburger Gulden verlieren 2 pro Cent gegen das hamburgische Geld; so hätte man in den beyden letzten Fällen in der Zeile, wo 98 — 100 stehet, 100 — 102 setzen müssen.

Ich hoffe, dieses Exempel wird unter den verschiedenen Umständen, womit ich es vorgetragen habe, hinlänglich seyn, die Wechselrechnung nach dieser Methode dadurch zu lernen. Man rechne nur den letzten Fall nach unsrer allgemeinen Regel, und zugleich auch nach der Art, wie man es sonsten gemacht

gemacht hat. Vermuthlich wird alsdenn die Erfahrung lehren, wobey man am sichersten und geschwindesten gehet.

Die Sache kömmt darauf an, daß man das Geld, dessen Zahl man finden soll, auf einerley Weise durch ein drittes, wenn es auch noch so weit hergeholet ist, mit demjenigen, wogegen es gerechnet werden soll, zu vergleichen vermag. Hat man eine Art Geldes, dessen Werth in zwo anderen Arten Geldes bekannt ist, so kann man den Satz machen, eher aber nicht. Ist nun jenes, so fänget man den Satz mit dem Gelde an, dessen Werth in anderm Gelde gefunden werden soll, und setzet sein gleiches aus dem Wechselcours darneben; und alsdann gehet man alle Vergleichungen der Münzen, die zur Auflösung nöthig sind, durch, bis man wieder auf dasjenige kömmet, womit man angefangen hat, wie die vorstehenden Exempel zeigen, und bereits oben S. 88 angemerket ist.

Zum Beschluß dieses Unterrichts will ich noch ein Exempel anhängen, um das Versprechen zu erfüllen, das ich oben S. 91 gethan habe.

100 Pfund Amsterdammer Gewicht kosten 5 Pf. Sterling. Wie hoch muß man das Pf. in Hannover verkaufen, um 20 mit 100 zu gewinnen; wenn 98 Pf. Amsterdammer Gewicht in Hannover 100 Pf. machen, die Tare auf 100 Pf. 16 beträgt, die Fracht mit Emballage einen Thaler Hannöv., die Provision einen Thaler Hannov. und der Licent oder Accise 4 Thaler Hannöv. ausmachen; ferner 1 Pf. Sterl. $33\frac{1}{3}$ ßl. fläm. 8 ßl. fläm. 1 Rthlr. Hamb. Banco, 100 Rthlr. Hamb. Banco 115 Rthlr. Hamb. Courant,

rant, 100 Rthlr. Hamb. Cour. 116 Rthlr. hannöverisch Cour., 1 Rthlr. hannöverisch 36 Mgr. thun; endlich, auch auf Fracht, Emballage, Provision und Licent kein Vortheil gerechnet werden soll.

Hann. Netto Pf. 100 — 98 Pf. Amsterd. Netto.
84 — 100 Pf. Amsterd. Brutto.
100 — 5 Pfund Sterl. Einkauf.
1 — $33\frac{2}{3}$ ßl. fläm. Einkauf.
8 — 1 Rthlr. Hamb. B. Eink.
100 — 115 Rthlr. Hamb. C. E.
100 — 116 Rthlr. Hann. C. E.
100 — 120 Rthlr. Hann. C. B.
1 — 36 Mgr.
Hann. Cour. Mgr. * — 1 Pfund Hannöv. Netto.

---

100 — ~~98~~. ~~49~~. 7
~~6~~. ~~42~~. ~~84~~ — ~~100~~
~~4~~. ~~20~~. ~~100~~ — ~~5~~
~~2~~
1 — ~~33~~ — 101
~~3~~
~~4~~. ~~8~~ — 1
~~100~~ — ~~115~~. 23
100 — ~~116~~. 29
100 — ~~120~~. ~~2~~
1 — ~~36~~. ~~9~~. 3
* — 1

3

1414707 | 100000
$14\frac{14707}{100000}$

Es müßte demnach ein Pfund in Hannover um $14\frac{14707}{100000}$ Mgr. verkaufet werden. Weil aber der

der Kaufmann auch den Licent und Unkosten wieder haben muß, welche 6 Rthlr. ausmachen: so müssen diese annoch auf folgende Art berechnet werden.

Hannöv. lb. 100 — 98 lb. Amsterd.
84 — 6 Rthlr. Hannöv. Cour.
1 — 36 Mgr.
* — 1 lb. Hannöv.

100 — 98. 7.
6. 84 — 6.
1 — 36.
* — 1.

Antw. $2\frac{52000}{100000}$ Mgr. auf jedes lb. Licent u. Unkosten.

Addiren wir diese zu den vorigen $14\frac{14707}{100000}$ Mgr. so finden wir endlich, daß ein lb. in Hannover um $16\frac{66707}{100000}$ Mgr. oder für 16 Mgr. $5\frac{4207}{12500}$ pf. verkaufet werden muß.

Ich habe bey diesem Exempel unsre allgemeine Regel zweymal brauchen müssen. Wer aber bedenket, daß man auf solche Weise längstens in einer Viertelstunde fertig wird, da ein anderer wohl wenigstens einige Stunden anwenden mögte, weil er etwa 10 bis 12 Sätze machen muß: der wird mir den Gefallen erzeigen, diese Rechnung als ein nützliches Compendium anzunehmen. Absonderlich wenn man erweget, daß man, nach der gemeinen Art zu rechnen, öfters in beschwerliche und verdrießliche Brüche verfällt, wobey man leicht etwas versiehet; da es denn sehr unangenehm ist, der-

dergleichen weitläuftige Exempel nachzurechnen. Welches hingegen, wenn man es für nöthig achtet, nach unserer allgemeinen Regel ohne sonderbare Mühe geschehen kann.

Allein ein Kaufmann muß auch auf Licent, oder Accise und Unkosten, nach Proportion, eben den Vortheil nehmen, den er auf die übrige Auslage nimmet. Deswegen will ich das Exempel noch einmal mit dieser Veränderung rechnen, daß auf die 6 Rthlr. Licent und Unkosten ebenfalls 20 pro Cent Vortheil kommen. In solchem Falle müssen diese 6 Rthlr. oder wie hoch die Unkosten sich sonst belaufen mögten, vor allen Dingen mit in den Einkauf gebracht werden. Wir wollen setzen, die oft gedachten 6 Rthlr. seyn in hannöverschen Courantgelde gezahlet. Das übrige aber soll alles bleiben, wie vorhin; wie theuer muß alsdenn ein ℔. in Hannover verkauft werden.

Weil der Einkauf 5 ℔. Sterling war, wir auch im Stande sind, die Verhältniß des englischen Geldes zu dem hannöverischen, mittelst der in der Ausgabe bekannt gemachten Umstände, zu finden, so werden wir die gegebenen 6 Rthlr. leicht zu ℔. Sterling machen. Was wir finden, müssen wir zu dem gegebenen Preise im Einkauf addiren, weil die 6 Rthlr. hannöverisch mit zum Einkauf gehören, womit 20 pro Cent gewonnen werden sollen. Ist dieses geschehen, so verstehet sich von selbst, daß alsdenn nach voriger Art weiter zu rechnen ist, um die Aufgabe völlig aufzulösen.

Die

Dieſe Rechnung wird demnach alſo ſtehen:

Hannöv. Rthlr.	116 —	100	Rthlr. Hamb. Cour.
	115 —	100	Rthlr. H. Banco.
	1 —	8	ßl. flåm.
	$33\frac{2}{3}$ —	1	lb. Sterling.
lb. Sterl.	* —	6	Rthlr. hannöveriſch.

29.	116 —	100	
23.	115 —	100	20
	1 —	8.	2
	2		
101.	33 —	1	
	3		
	* —	6	
		3	

72000 | 67367

$1\frac{4633}{67367}$ lb. Sterl.

Wir finden alſo, daß 6 Rthlr. hannöveriſch $1\frac{4633}{67367}$ lb. Sterl. oder 1 lb. Sterl. 1 ßl. St. und $3\frac{34048}{67367}$ Pence ausmachen. Weil nun hierauf ſowohl 20 pro Cent Vortheil gerechnet werden ſollen, als auf den eigentlichen Preis der Waare: ſo müſſen wir dieſes Geld zu dem vorhin gegebenen Einkaufe rechnen; da wir denn $6\frac{4633}{67367}$ lb. Sterling, als den Einkauf, ſtatt des vorigen bekommen. Iſt dieſes geſchehen, ſo ſetzen wir nunmehro die Rechnung fort, wie ſonſten in dergleichen Fällen. Dieſelbe wird der Aufgabe gemäß ausſehen, wie folget.

Netto

Netto Hann. ℔. 100 — 98 ℔. Netto Amsterd.
84 — 100 ℔. Brutto Amsterd.
100 — $6\frac{4633}{67367}$ ℔. Sterl. Eink.
1 — $33\frac{2}{3}$ Schill. fläm. Eink.
8 — 1 Rthlr. Hamb. B. Eink.
100 — 115 Rthlr. Hamb. C. E.
100 — 116 Rthlr. Hann. C. E.
100 — 120 Rthlr. Hannöv. Verk.
1 — 36 Mgr.
Mgr. * — 1 ℔. Netto Hannöv.

---

100 — 98.14.7
6.12. 84 — 100
4633
4.20. 100 — 6 —— 408835.
67367 (81767.)
2
1 — 33 — 101
3
4. 8 — 1
100 — 115.23.
100 — 116.29
100 — 120. 3
1 — 36.6.2
* — 1
101.2929.67367 —
3

$$1717107 \Big| \frac{100000}{17\frac{17107}{100000}}$$

Wir finden demnach, daß in dem Falle, wenn auch mit den sogenannten Unkosten 20 pro Cent gewonnen werden sollen, ein ℔. Netto in Hannover um

um $17\frac{17107}{160000}$ Mgr. oder 17 Mgr. $1\frac{4607}{12300}$ pf. verkauft werden müsse.

Eben dieses kann auch auf andere Art gerechnet werden, indem man nemlich einmal berechnet, wie theuer ein ℔. verkaufet werden müsse, wenn man die 6 Rthlr. Unkosten gar nicht mit in Rechnung bringet; da man denn, wie oben, $14\frac{14707}{100000}$ Mgr. finden wird. Sodann hat man noch zu berechnen, wie viel für jedes Pfund im Verkaufe wegen der 6 Rthlr. Unkosten genommen werden muß, wenn man auch hierauf 20 pro Cent gewinnen will. Auf diese Art:

Hannöv. ℔.	100 —	98	lb. Amsterd.
	84 —	6	Rthlr. Hann. Unkost. E.
	100 —	120	Rthlr. Hann. Verkauf.
	1 —	36	Mgr.
Mgr.	* —	1	lb. Hannöv.

	5. ~~100~~ —	~~98~~. ~~14~~. 7
~~6~~. ~~12~~.	~~84~~ —	6
	25. ~~100~~ —	~~120~~. 3.
	1 —	~~36~~. 18.
	* —	1.

378 | 155

| $3\frac{3}{125}$

Wir finden also hier annoch $3\frac{3}{125}$ Mgr. oder $3\frac{2400}{100000}$ Mgr. so wegen der 6 Rthlr. Unkosten vor jedes lb. mehr gehoben werden müssen, um auch hiermit 20 pro Cent zu gewinnen. Setzen wir dieses zu den obigen $14\frac{14707}{100000}$ Mgr. so haben wir auch

auch auf diese Art den vorhin gefundenen Preis eines ℔. im Verkaufe, nemlich $17\frac{17107}{100000}$ Mgr. oder 17 Mgr. $1\frac{4607}{12500}$ pf.

Allein die Handelsleute pflegen dergleichen Dinge auf diese Weise nicht zu berechnen; sondern dieselben setzen vielmehr, sonderlich was die Provision betrifft, mehrentheils gewisse pro Cent. Wir wollen derowegen in unserm Exempel setzen, daß die sogenannten Unkosten 6 pro Cent betragen. Welches diesen Sinn hat, daß z. E. ausser 100 lb. Sterl. oder 100 Rthlr. so man für die Waare zahlet, noch 6 ℔. Sterl. oder 6 Rthlr. besonders für die Unkosten gerechnet werden müssen. Gesetzt nun, man wolle auf die Unkosten, dem Handelsbrauche, und der Natur desselben gemäß, eben den Vortheil rechnen, als auf dasjenige, so eigentlich den Preis der Waare ausmachet; so müßte zuvörderst berechnet werden, wie viel diese Unkosten, in Verhältniß des gegebenen Preises, im Einkaufe ausmachen; welches nach dieser ganz kurzen Regel gefunden wird.

Preis 100 — 6 Unkosten.
Unkosten * — 5 Preis.
10. 2~~0~~. 1~~00~~ — ~~6~~. 3.
* — ~~5~~.

Antw. $\frac{3}{10}$ ℔. Sterl.

Setzet man diese $\frac{3}{10}$ zu dem gegebenen Preise von 5 ℔. Sterling, so bekömmt man den ganzen Preis der Waare im Einkauf mit den Unkosten, und kann daraus, wie vorhin den Preis eines ℔.

im

im Verkaufe mit den vorherigen Bedingungen finden, wie folget.

Netto Hann. lb.	100 —	98 ℔.	Amsterd. Netto.
	84 —	100 ℔.	Amsterd. Brutto.
	100 —	$5\frac{3}{10}$ ℔.	Sterl. Eink.
	1 —	$33\frac{2}{3}$ ßl.	fläm.
	8 —	1 Rthlr.	Hamb. Banco.
	100 —	115 Rthlr.	Hamb. Cour.
	100 —	116 Rthlr.	Hannöv. Cour.
	100 —	120 Rthlr.	Verkauf.
	1 —	36 Mgr.	
Mgr.	* —	1 ℔.	Hannöv. Netto.

~~100~~ — ~~98~~. 7
~~6~~. ~~84~~ — ~~100~~
~~3~~
5. ~~20~~. ~~100~~ — ~~5~~ — 53
~~10~~
~~2~~
1 — ~~33~~ — 101
~~3~~
~~4~~ ~~8~~ — 1.
100 — ~~115~~. 23
100 — ~~116~~. 29
100 — ~~120~~. ~~2~~
1 — ~~36~~. ~~9~~. 3
* — 1
1~~0~~
~~3~~

74979471 | 5000000
$14\frac{4979471}{5000000}$

Antw. ein ℔. muß in Hannover um $14\frac{4979471}{5000000}$ oder beynahe 15 Mgr. verkaufet werden.

Das

Dafern noch ein oder anderer Fall von dieser Rechnungsart vorkommen sollte, der mit denen, die ich bisher mit Exempeln erläutert habe, nicht völlig überein käme: so wird dennoch ein jeder, der sich das bisherige wohl bekannt gemacht hat, verhoffentlich im Stande seyn, selbigen nach der allgemeinen Regel anzusetzen, und zu berechnen.

Von der Parirechnung.

Wenn man bey Vergleichung der Münzen, der Gewichte und Maassen nur wissen will, wie dieselben sich zu einander verhalten, so kann man bloß die nöthigen Verhältnisse hinsetzen, und aufheben, bis auf beyden Seiten nichts mehr aufzuheben übrig bleibet. Ist dieses geschehen, so zeigen die beyden letzten Zahlen die gesuchte Verhältniß an.

Z. E. man wollte die Verhältniß der Thaler und der Kaisergulden zu einander wissen.

Rthlr. 1 — ~~24~~ ggr. 3
2. ~~16~~ — 1 fl.

Antwort: die Verhältniß ist, wie 2 zu 3, oder 2 Rthlr. machen 3 fl.

Eben also, wenn ihr zu wissen verlangetet, wie die Brabander und Nürnberger Ellen sich zu einander verhalten, und euch wäre bekannt, daß 5 Brabander 6 Leipziger Ellen, simgl. 8 Leipziger Ellen 7 Nürnberger ausmachen, so könnet ihr folgendergestalt verfahren:

Bra=

Brabander Ellen 5 — 6 Leipziger Ellen.
Leipziger Ellen 8 — 7 Nürnberger Ellen.

5 — 6. 3
4. 8 — 7

Antw. 20 Brabander Ellen thun 21 Nürnberger.

Ferner, ihr wollet wissen, wie die römischen Pfunde sich zu den copenhagischen verhalten, wenn ihr wisset, daß 7 römische Pfunde 5 nürnbergische, 25 Pfund nürnbergisch zu London 28 Pfund machen, ferner, daß 16 londonische Pfunde zu Prag 13 thun, und endlich, daß 13 Prager Pfunde 15 zu Copenhagen ausmachen.

Römische Pfunde 7 — 5 Pfund Nürnberg.
Nürnb. Pfunde 25 — 28 Pfund London.
London Pfunde 16 — 13 Pfund Prager.
Prager Pfunde 13 — 15 Pfund Copenhagen.

7 — 5
5. 25 — 28. 4
4. 16 — 13
13 — 15. 3

Antwort: die Verhältniß ist wie 4 zu 3, oder 4 römische Pfunde thun 3 in Copenhagen.

Der Grund dieser Parirechnung ist leicht einzusehen, wenn man nur weiß, daß zwo Zahlen, die mit einerley vervielfältiget sind, sich eben so zu einander verhalten, wie die beyden multiplicirten Zahlen.

Setzet

Setzet nun, ihr hättet finden sollen, wie viel ein Thaler an fl. mache; so würdet ihr gefunden haben, daß 1 Rthlr. $\frac{3}{2}$ mache. Vervielfältiget diese beyden Zahlen 1 und $\frac{3}{2}$ mit der Zahl 2, womit ihr dividiret habet; so findet ihr, daß 2 Rthlr. 3 fl. machen. Diese Verhältniß aber findet ihr kürzer nach der Parirechnung. Und eben so gehet es in allen anderen hieher gehörigen Fällen.

Wir könnten hier unsere kleine Schrift füglich endigen. Denn was bisher abgehandelt ist, scheinet hinlänglich genug zu seyn, alle schwere Fälle zu erörtern. Inzwischen aber will ich doch denen zum Besten, welche in der Rechenkunst noch nicht geübt sind, die Anwendung unsrer allgemeinen Regel auf mehrere Ausübungen zeigen, und sonderlich den Nutzen bey Brüchen vorstellen.

Siebenter Unterricht.

Erste Anwendung der allgemeinen Regel auf die Vielfältigung gebrochener Zahlen.

Will man eine Zahl, die einen Bruch bey sich hat, durch eine andre Zahl, sie mag eine ganze allein, oder eine ganze nebst einem Bruch zugleich seyn, multipliciren; so muß der Satz nach

nach folgender Vorschrift stehen, wenn die allgemeine Regel anders angebracht werden soll:

Wenn eins eine solche Zahl giebet, welche multiplicirt werden soll; was wird die ganze Zahl geben, wodurch man die Multiplication verrichten soll?

Diese Art, die Frage auszusprechen, ist dem Unterricht gemäß, welchen wir bisher von der Auflösung der Aufgaben vorgetragen haben, nemlich so, wie es die Verhältniß haben will. Man siehet wohl, daß in der andern Columne die Zahl stehen muß, die multipliciret werden soll; in der ersten 1, und unten in der andern Columne der in der Frage vorgetragene Multiplicator; endlich gegen über in der ersten Columne ein Stern, um die Stelle der herauskommenden Zahl zu bestimmen, welche man suchet. Z. E. man will $7\frac{3}{4}$ durch $3\frac{2}{3}$ multipliciren, so muß man auf diese Weise die Zahlen setzen:

3
1 — 7 — 31
4

2
* — 3 — 11
3

4
3
—
12

341 | 12
| $28\frac{5}{12}$

Antwort $28\frac{5}{12}$

Dieses Verfahren gründet sich auf dem bekannten Lehrsatze, wie eins zum einen Factor, so verhält sich der andere Factor zum Product. Will

Will man $\frac{3}{5}$ mit $\frac{5}{8}$ multipliciren, so setze man den Satz also:

$$\begin{array}{l|l} 1 - \frac{3}{5} & 1 - \frac{3}{5} \\ * - \frac{5}{8} & * - \frac{5}{8} \end{array}$$

$$\frac{3}{8}$$

Antwort $\frac{3}{8}$

Eben so lassen sich alle Theile aller Arten von Zahlen finden. Wenn man z. E. $\frac{3}{4}$ von 64 wissen wollte, so wäre der Satz also zu fassen:

$$\begin{array}{l|l} 1 - 64 & 1 - 64.\ 16 \\ * - \frac{3}{4} & * - \frac{3}{4} \end{array}$$

Antwort 48

Was betragen $\frac{4}{5}$ von 65 Rthlr. 18 ggr. und 8 pf.

$$1 - 65\ \frac{18.\ 224.\ 8}{24.\ 288.\ 12}\ 18944.\ 2368$$

$$* - \frac{4}{5}$$

5

9. 72. 288

Antw. $52\frac{28}{45}$, oder 52 Rthlr. 14 ggr. $11\frac{1}{5}$ pf.

Siehe den fünften Unterricht S. 49.

Zwey-

Zweyte Anwendung
auf die Theilung gebrochener Zahlen.

Die Anwendung unserer allgemeinen Regel auf die Theilung der gebrochenen Zahlen, oder Brüche, kommt auch auf den Satz und Einrichtung der Frage an. Dieses recht zu finden, ist zu merken, daß die Zahl, die getheilet werden soll, sich zu dem Theiler verhält, wie der Quotient zu 1, oder der Divisor giebet den Dividendum, was giebet 1?

Dieses ist die Erklärung der Division, und wird dieselbe nicht schwer zu begreifen seyn. Man bemerke nur, was ferner folget.

Man setze den Theiler in einer Columne, einen kleinen Stern darunter, welcher den Platz der Zahl, welche gesucht wird, anzeiget; auf der andern Seite schreibe man die Zahl hin, die getheilt werden soll, und darunter 1.

Nach geschehener Einrichtung wird wie sonst verfahren, und der verlangte Quotient kommt sofort heraus. Wenn man z. E. $28\frac{5}{12}$ durch $3\frac{2}{3}$ theilen wollte; so müßte die Regel, wie man hier siehet, gesetzt werden.

$3\frac{2}{3}$ — $28\frac{5}{12}$
— 1

2 5
11. 3 — 28 — 341. 31
3 12
* — 1
4. 12 3

Antwort $7\frac{3}{4}$

Wenn man $\frac{3}{5}$ durch $\frac{1}{8}$ theilen soll:

$\frac{1}{8}$ — $\frac{3}{5}$
* — 1

$\frac{1}{8}$ — $\frac{3}{5}$
* — 1
5 8

Antwort $4\frac{4}{5}$

Man soll 225 fl. 12 ggr. unter 24 Personen theilen.

Personen 24 — $225\frac{3}{4}$
Gulden * — 1

3
8. 24 — 225 — 903. 301
4
* — 1
4

Antwort: ein jeder bekommt $9\frac{13}{32}$ fl.
oder 9 fl. 6 ggr. 6 pf.

Dritte

Dritte Anwendung

auf den Fall, wenn man mehrere Brüche zu einerley Benennung bringen soll.

Brüche, deren Nenner unterschieden sind, lassen sich weder in eine Summe bringen, noch von einander abziehen, es sey denn, daß man einen gemeinen Nenner aller Brüche, die man zusammen zählen, oder von einander abziehen will, ausfindig mache.

Die gemeine Art, einen gemeinen Nenner zu finden, ist folgende:

Man multiplicirt alle Nenner durch einander; das Product davon ist alsdenn der gemeine Nenner aller gegebenen Brüche.

Zu dieser Einrichtung der Brüche kann man zwar jederzeit seine Zuflucht nehmen, man ist aber nicht verbunden, sich beständig darnach zu richten. Einen gemeinen Nenner suchen, heisset nichts anders, als eine Zahl haben wollen, welche durch alle Nenner der gegebenen Brüche getheilt werden kann, ohne daß etwas übrig bleibt. Nun geschiehet es oft, daß man sofort dergleichen Zahl wahrnimmt, ehe man sich die Mühe giebt selbige zu suchen. Wenn man z. E. hätte $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, so siehet man augenblicklich, daß die

Zahl 12 durch die Nenner 2, 3, 4 getheilt werden könnte, ohne daß etwas rückständig bleibe; folglich kann man sogleich sagen, daß die Zahl 12 der gemeine Nenner der drey gegebenen Brüche sey.

Die Zahlen 12, 24, 60 schicken sich am besten, die gemeinen Nenner auszumachen; weil man viele kleinere Zahlen ohne Bruch darin theilen kann. Also lassen sich 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 in 60 theilen.

Die gewöhnlichste Weise aber, die Zahl zu finden, welche durch alle Nenner der Brüche getheilt werden kann, ist folgende: Untersucht zuvörderst, ob der größte Nenner durch die andern Nenner theilbar ist; geht dies an, so ist jener der gemeine Nenner aller gegebenen Brüche. Z. E. wenn folgende Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{8}$ zu gleicher Benennung gebracht werden sollten, so ist gar bald wahrzunehmen, daß der größte unter diesen Nennern, nemlich 8, durch die beyden andern, 2 und 4, getheilt werden kann; daher ist auch gewiß, daß 8 der gemeine Nenner der drey vorgelegten Brüche sey.

Im Fall, daß man unter den Nennern keinen fände, welcher durch die übrigen zu theilen wäre, es fiele uns aber eine Zahl ein, welche sich bloß durch einige, und nicht durch alle Nenner theilen liesse, so nimmt man diese Zahl, und vervielfältiget sie durch diejenigen Nenner, welche sie nicht theilen können. Wir wol-

wollen folgende Brüche setzen: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{7}$; hier zeigt sichs, daß die Zahl 12 wohl durch die Nenner, 2, 3, 4, 6, getheilt werden mag, aber daß es durch 7 nicht angehet; derowegen multiplicire ich 12 mit 7, und das Product 84 wird alsdann der gemeine Nenner der gegebenen Brüche. Wären hier noch mehrere Nenner gewesen, die weder durch 12 noch durch 84 sich hätten theilen lassen, z. E. $\frac{3}{5}$, so müßte in diesem Falle die zuletzt gefundene Zahl 84 von neuen mit 5 multipliciret werden, das Product davon, 420, wäre alsdann der gemeine Nenner worden. Man muß dieses so oft wiederholen, als Nenner da sind, welche nicht durch die gefundene Zahl zur Theilung zu bringen stehen. Ist alles geschehen, und man findet keine Zahl, welche durch einen der Nenner sich theilen läßt, so muß man zu unsrer obigen gemeinen Regel seine Zuflucht nehmen.

Wenn man des Verfassers Erklärung, daß einen gemeinen Nenner suchen nichts anders sey, als eine Zahl suchen, in welche sich alle gegebene Nenner ohne Bruch theilen lassen, zum Grunde setzet: so wird man leicht erkennen, daß diese Vorschrift richtig sey. Denn wenn ich eine Zahl annehme, darin sich einige Nenner theilen lassen, und multiplicire eben diese Zahl mit den übrigen Nennern, so müssen sich nicht nur diese letzten Nenner in das Product theilen lassen, sondern auch die ersteren, weil bereits der Multiplicator, woraus das Product entstanden ist, damit getheilet werden konnte

Hat

Hat man den gemeinen Nenner gefunden, so müssen so viele Zähler, als Brüche vorgelegt sind, gesucht werden, und ein jeder Bruch muß einen neuen Zähler, statt des vorigen, haben. Solche Zähler zu finden bediene man sich beygefügter Regel.

Der gegebene Nenner verhält sich zu seinem Zähler, wie der gefundene gemeine Nenner zum gesuchten Zähler.

Es wären z. E. folgende Brüche, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{5}$ und $\frac{3}{7}$ zu einerley Benennung zu bringen; wird damit nach der gemeldeten Art verfahren, so bekömmt man den gesuchten gemeinen Nenner 420. Um nun jetzo den Zähler des ersten Bruchs, welcher $\frac{1}{2}$ war, zu finden, so setzet die Regel hin, und verfahret dem gegebenen Unterricht gemäß.

Nenner 2 — 1 Zähler.
Zähler * — 420 Nenner.

~~2~~ — 1
* — ~~420~~. 210.

Antwort: 210 ist der neue Zähler.

Vor den Bruch $\frac{2}{3}$ bekommt man die Regel also:

~~3~~ — 2
* — ~~420~~. 140.

Antw. 280 ist der neue Zähler zu dem Bruch $\frac{2}{3}$.

Man setzt darauf die Regel des Bruchs $\frac{3}{4}$ halber:

Nenner 4 — 3 Zähler.
Zähler * — 420 Nenner.

4 — 3
* — 420. 105.

Antwort 315, welches der Zähler des Bruchs $\frac{3}{4}$.

Fährt man auf gleiche Weise fort, so werden sich die Zähler der andern Brüche finden, welche sind $\frac{350}{420}$ anstatt $\frac{5}{6}$, $\frac{252}{420}$ anstatt $\frac{3}{5}$, und $\frac{180}{420}$ anstatt $\frac{3}{7}$.

Man muß hier merken, daß man sich die Sache erleichtern kann, indem die Zähler gesucht werden; wenn der gemeine Nenner mit dem Nenner des Bruchs dividiret, und der gefundene Quotient mit dem gehörigen Zähler des gegebenen Bruchs multipliciret wird. Sind alle Zähler gefunden, so können die Brüche in eine Summe gebracht werden. Man setze sie deshalb auf folgende Art hin:

Gemeiner	420	Nenner.
$\frac{1}{2}$	210	Neue Zähler.
$\frac{2}{3}$	280	
$\frac{3}{4}$	315	
$\frac{5}{6}$	350	
$\frac{3}{5}$	252	
$\frac{3}{7}$	180	

$$\frac{1587}{420}$$

Der gemeine Nenner oben; hierauf nimmt man alle neue Zähler zusammen. Wenn das geschehen,

schehen, bekömmt man, wie es augenscheinlich ist, die Summe aller Zähler 1587. Unter diese Summe setzet den gemeinen Nenner, und alsdann sind alle erwehnte Brüche in einen verwandelt, nemlich in $\frac{1587}{420}$.

Trägt sichs zu, daß die Summe der gefundenen Zähler grösser ist, als der gemeine Nenner, wie es sich im gegebenen Exempel ereignet, so ist es ein Zeichen, daß die Summe Ganze in sich enthält; derowegen müssen wir den Zähler durch den Nenner theilen. Theilt man aber 1587 mit 420, so ist der Quotient $3\frac{327}{420}$, oder $3\frac{109}{140}$ Denn der Nenner zeiget an, in wie viel Theile das Ganze getheilet sey, und drücket dahero alle Theile des Ganzen, zusammengenommen, oder das Ganze aus. Folglich muß in einem Zähler, der seinen Nenner übertrifft, das Ganze so oft stecken, als der Nenner im Zähler enthalten ist. Dieses findet man aber durch die vorgeschriebene Theilung.

Wenn vor den gegebenen Brüchen Ganze gestanden hätten, so müssen wir zu diesen die Ganzen, welche aus der Summe der Brüche entstanden, zählen. Von dieser Art zeiget das beygesetzte Exempel.

Ein Kaufmann hat 3 Stücke Tuch gekauft; das erste hält $17\frac{1}{3}$ Ellen in sich; das zweyte $23\frac{3}{4}$ Ellen; das dritte $13\frac{5}{8}$ Ellen. Nun fragt man, wie viel Ellen machen die drey Stücke zusammen aus?

Ge-

Gemeiner 12 Nenner.

$17\frac{1}{3}$	4	
$23\frac{3}{4}$	9	$\frac{23}{12}$ [$1\frac{11}{12}$.
$13\frac{5}{6}$	10	
$1\frac{11}{12}$.	23.	

Summa $54\frac{11}{12}$ Ellen.

Nachdem die Brüche zu einem gemeinen Nenner gebracht sind, so machen sie $\frac{4}{12}$ anstatt $\frac{1}{3}$, $\frac{9}{12}$ anstatt $\frac{3}{4}$, und $\frac{10}{12}$ anstatt $\frac{5}{6}$. Wenn die Zähler zusammen gesammlet sind, so geben sie $\frac{23}{12}$ zum neuen Bruch, und da der Zähler grösser ist als der Nenner, so theilt man sie. Der Quotient davon ist alsdann $1\frac{11}{12}$, dieser ist unter die andern Zahlen zu setzen, dergestalt, daß Ganze unter Ganzen zu stehen kommen, wie das gegebene Beyspiel ausweiset. Ist die Addition geschehen, so wird man $54\frac{11}{12}$ Ellen haben.

Ein Bruch läßt sich von dem andern Bruch auch nicht eher abziehen, bis beyde zu gleicher Benennung gebracht sind. Ist dieses aber geschehen, so braucht man nur einen Zähler von dem andern abzuziehen, und den Rest zu bemerken, unter welchen der gemeine Nenner zu stehen kommt; womit sich denn die ganze Subtraction endiget. Denn der Nenner ist der blosse Name des Bruches. So wenig als nun z. E. der Name der Ellen zu der Rechnung etwas beyträget, wenn man 3 Ellen von 7 Ellen abziehet; eben so wenig können bey der Addition und Subtraction der Brüche ihre

ihre Nenner mit in die Rechnung kommen; ob man gleich nach geendigter Rechnung den Nenner wieder unter die gefundene Summe oder den Unterscheid setzen muß, weil der Name bleibet, wie bey Ellen und andern Namen der Dinge.

Wenn man z. E. $\frac{1}{4}$ von $\frac{2}{3}$ abziehen wollte, und die Brüche wären zu gleicher Benennung gebracht, so hätte man $\frac{8}{12}$ anstatt $\frac{2}{3}$, und $\frac{3}{12}$ anstatt $\frac{1}{4}$: hierauf zieht den Zähler 3 vom Zähler 8 ab; bemerkt was übrig bleibt, nemlich 5, und setzt unten den gemeinen Nenner 12, so wird der Rest des Bruchs $\frac{5}{12}$ seyn.

Gemeiner 12 Nenner.

$\frac{2}{3}$	8
$\frac{1}{4}$	3

Rest $\frac{5}{12}$.

Wenn vor den Brüchen Ganze stünden, so müßte man auch die Ganzen von Ganzen abziehen. Es sey z. E. ein Stück Tuch von 10 Ellen und $\frac{2}{3}$, von welchen man $7\frac{1}{4}$ Ellen abgeschnitten hat, man will wissen, wie viel noch übrig sey? Nachdem die Brüche zu gleicher Benennung gebracht, und auf die vorgeschriebene Art eingerichtet worden, so zieht die Brüche von einander ab, nach der obigen Anweisung, setzt unten den Rest $\frac{5}{12}$, zieht auch 7 von 10 ab, und bemerkt den Rest 3. Alsdann wird die Antwort seyn: $3\frac{5}{12}$ Ellen.

Ge-

Gemeiner 12 Nenner.

Ellen	$10\frac{2}{3}$	8
	$7\frac{1}{4}$	3

Rest Ellen $3\frac{5}{12}$

Es geschiehet aber öfters, daß der Zähler des Bruchs, von welchem man etwas abziehen soll, kleiner ist als derjenige, welcher die Subtraction verrichten muß. In solchem Falle muß der größte Zähler von dem gemeinen Nenner abgezogen werden, und zum Rest ist der Zähler des andern Bruchs hinzu zu schreiben. Man muß aber alsdann 1 in Gedanken behalten, welches hernach zur untern Zahl der Ganzen gezählt wird, ehe es von der, die oben steht, abgezogen werden kann. Die Sache ist durch folgende Exempel leicht zu begreifen: $7\frac{2}{3}$ Ellen sind von einem Stücke von $10\frac{1}{4}$ Ellen abgeschnitten; es fragt sich, wie viel ist noch vorhanden?

12

Ellen	$10\frac{1}{4}$	3
	$7\frac{2}{3}$	8

Rest $2\frac{7}{12}$ Ellen.

Man sieht bald, daß der Zähler 8 von 3 nicht abgezogen werden kann; deshalb muß 8 von dem gemeinen Nenner 12 abgezogen werden, alsdann bleibt 4 übrig, zu welchen der Zähler des andern Bruchs 3 gesetzt werden muß, und alsdenn bekömmt man zum Rest des Bruchs $\frac{7}{12}$. Hier ist nicht zu vergessen, daß 1 zurück behalten, welches zu den Ganzen, nemlich 7, hin-

zu

zu gesetzt werden muß. Darauf sage ich: 8 von 10 bleibt 2; welches zu merken stehet; und es ist also die Antwort: $2\frac{7}{12}$ Ellen.

Wenn ich einen grössern Zähler von dem kleinern abziehen soll, so siehet man leicht, daß man ein Ganzes dazu nehmen muß. Weil nun der gemeine Nenner anzeiget, in wie viele Theile das Ganze getheilet sey: so gilt 1, das ich von dem obern Ganzen nehme, so viel, als der Nenner mit seiner Zahl andeutet. Ziehe ich demnach den gegebenen grössern Zähler von dem Ganzen ab, so muß ich zu dem gefundenen Reste den kleinern Zähler zusetzen, um den neuen Bruch zu finden. Zugleich aber ist eins von den Ganzen genommen, von welchen man abziehen soll, und daher werden diese um eins kleiner. In der Rechnung läufet es inzwischen auf eins aus, ob man in solchem Falle in den obern Ganzen eins weniger, oder in den unteren eins mehr annimmet.

Was jetzo gesaget ist, enthält auch eine Erläuterung des folgenden Falles in sich.

Soll ein Ganzes und ein Bruch von einer ganzen Zahl allein abgezogen werden, so muß man erst den Zähler des Bruchs von seinem Nenner abziehen, und den Rest aufschreiben. Hiernächst muß man auch behalten 1, welches zu den untern Ganzen addirt wird; darauf fährt man, wie gewöhnlich, mit der Subtraction fort. Man hat z. E. von einem Stücke Tuch von 30 Ellen $17\frac{3}{4}$ Ellen abgeschnitten; man will wissen, wie viel Ellen noch rückständig sind?

Ellen

Ellen $\begin{cases} 30 \\ 17\frac{3}{4} \end{cases}$

Antwort $12\frac{1}{4}$ Ellen.

Da die oberste Zahl 30 gar keinen Bruch hat; so müsset ihr den Zähler 3 vom Nenner 4 abziehen; den Rest $\frac{1}{4}$ bemerket, und behaltet Eins, welches zur ganzen 7, so da auf den Bruch folget, gesetzt werden muß. Zieht man hier 8 anstatt 7 von 10 ab, so bleibt 2, und hernach 2 von 3, oder 1 von 2, so bleibt 1. Ist dies geschehen, so wird man den verlangten Rest haben $12\frac{1}{4}$ Ellen.

Wir wollen nur noch eine einzige Anmerkung zum Besten der Liebhaber der Geometrie hinzu thun. Wenn man die Verhältniß welche unter vielen Brüchen befindlich ist, wissen will, so muß man sie erst zu einem gemeinen Nenner bringen; alsdenn bekommen sie eben die Verhältniß, welche unter den Zählern anzutreffen ist, z. E. $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{3}$, wenn diese zu einerley Benennung gebracht sind, so habe ich $\frac{3}{12}$ und $\frac{8}{12}$; folglich kann ich sagen $\frac{1}{4}$ verhält sich zu $\frac{2}{3}$ wie 3 zu 8. Eben so, ich will wissen die Verhältniß zwischen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$, daher bringe ich sie zu gleicher Benennung; sie verändern sich also in folgende: $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$, und $\frac{9}{12}$; folglich haben sie eben die Verhältniß, wie 6, 8 und 9.

Die Producte zwoer Zahlen, so mit einerley multipliciret sind, verhalten sich zu einander, wie die

die multiplicirten Zahlen.*) Wenn ich nun z. E. $\frac{3}{12}$ und $\frac{8}{12}$ ein jedes besonders mit 12 multiplicire, so bekomme ich 3 und 8. Folglich verhält sich $\frac{3}{12}$ zu $\frac{8}{12}$, wie 3 zu 8, und so in allen ähnlichen Fällen.

*) Euclid. VII. 17.

Vierte Anwendung
auf die Regel der Gesellschaft.

Die Regel der Gesellschaft besteht in der Art, eine Grösse so zu theilen, daß alle Theile eine gesetzte Verhältniß zu anderen gegebenen haben. Wenn z. E. etliche Kaufleute in eine Compagnie getreten sind, und verschiedene Summen Geldes hergegeben haben, mit welchen sie Profit gemacht: so siehet man durch diese Regel, wie viel ein jeder nach Proportion des vorgeschossenen Geldes gewinnt, oder wie der Profit darnach getheilt werden muß. Diese Theilung gehörig zu verrichten, verfahren wir nach Anleitung unserer allgemeinen Regel also. Nachdem man alle besondere Summen zusammen addiret hat, welche den Profit, der getheilt werden soll, gebracht haben; so sagt man, wenn diese Summe allen Profit bringet, wie viel giebt jede besondere oder einzele Summe? Ist die Regel nach unserer Vorschrift eingerichtet, so wird sich auch eines jeden Theil sofort zu erkennen geben.

Z. E.

z. E. drey Kaufleute sind in Compagnie getreten; der erste hat 1000 fl. hergegeben; der andere 2500, und der dritte 1500; welches zusammen 5000 fl. ausmacht. Hiermit haben sie nun 2000 fl. gewonnen; daher fragt es sich, wie viel muß ein jeder nach Proportion des Eingelegten haben?

I. 1000.
II. 2500.
III. 1500.

Summe 5000 fl.

Summe fl. 5000 — 2000 fl. Profit.
Profit für den I. * — 1000 Summe des I.

5000 — 2000. 400
* — 1000

Antw. 400 fl. ist der Theil des ersten.

Man verfährt eben so, um den Theil des zweyten und dritten ausfindig zu machen.

Summe fl. 5000 — 2000 fl. Profit.
Profit des II. * — 2500 fl. Summe des II.

5000 — 2000
* — 2500. 500

Antw. 1000 fl. der Theil des andern.

Summe fl. 5000 — 2000 fl. Profit.
Profit vor den III. * — 1500. 300

5000 — 2000
* — 1500. 300

Antw. 600 fl. der Theil des dritten.

Die

Die Probe dieser Regel, wie wir sie vorher gezeigt haben, ist leicht zu machen. Noch gründlicher aber ist es, wenn man alle gefundene Theile zusammen addiret. Ereignet es sich, daß diese Summe derjenigen Summe, welche wir getheilt haben, gleich ist, so ist dies ein deutlicher Beweis von der Richtigkeit der Rechnung. Z. E.

400
1000
600
2000

Ein gewisser Mann, welcher in der Rechenkunst unerfahren war, verordnete im Testamente, daß sein Sohn $\frac{1}{2}$ seines Vermögens, seine Frau $\frac{1}{3}$, und seine Tochter $\frac{1}{4}$ haben sollte. Es erstrecken sich alle Güter auf 36000 fl. Wie viel hat ein jeder zu seinem Antheil bekommen?

$\frac{1}{2}$	18000
$\frac{1}{3}$	12000
$\frac{1}{4}$	9000
	39000

Diese Eintheilung scheint gleich sehr leichte zu bestimmen zu seyn; denn $\frac{1}{2}$ von 36000 fl. macht 18000; $\frac{1}{3}$ ist 12000; $\frac{1}{4}$ aber 9000. Indessen da es an die Theilung selbst geht, so findet sich, daß man um 3000 fl. zu kurz kommt, welches man in der Addition dieser Summen sieht,

sieht, welche auf 39000 fl. steiget, da doch nur 36000 fl. zu theilen sind. Wer die Auflösung dieser Aufgabe haben will, darf nur die vorhergehende Regel brauchen.

12	
$\frac{1}{2}$	6
$\frac{1}{3}$	4
$\frac{1}{4}$	3
Summe $\frac{13}{12}$	

Man muß die gemeldeten Brüche in eine Summe bringen, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$, welche zusammen $\frac{13}{12}$ ausmachen, für den Sohn nemlich $\frac{6}{12}$, für die Frau $\frac{4}{12}$, und $\frac{3}{12}$ für die Tochter. Ist das geschehen, so muß man sagen: Wenn $\frac{13}{12}$ 36000 geben, wie viel giebt $\frac{6}{12}$ für den Sohn? Weil aber einerley Nenner in allen diesen Brüchen ist, und folglich ihre Verhältniß bloß in den Zählern ausgemacht werden muß, wovon bereits oben gesaget ist, so können wir die Mühe sparen, die Nenner hinzu zu setzen. Es ist folglich hinlänglich in der Rechnung bloß die Zähler zu brauchen, und zu sagen: 13 geben 36000 fl.

Die Summe 13 — 36000 fl.

fl. des Sohns * — 6 Theil des Sohns.

$$\begin{array}{r|l} 13 - 36000 & 36000 \\ * - 6 & \underline{\quad 6} \\ & 216000 \end{array} \Big\{ \begin{array}{l} 13 \\ \hline 16615\frac{5}{13} \end{array}$$

Antw. $16615\frac{5}{13}$ fl. ist die Portion des Sohns.

Summe 13 — 36000 fl.

fl. für die Frau * — 4 Portion der Frau.

$$\begin{array}{r|l} 13 - 36000 & 36000 \\ * - 4 & \underline{\quad 4} \\ & 144000 \\ & 14 \\ & 100 \\ & \underline{90} \\ & 12 \end{array} \Big\{ \begin{array}{l} 13 \\ \hline 11076\frac{12}{13} \end{array}$$

Antwort $11076\frac{12}{13}$ für die Mutter.

Die Summe 13 — 36000

fl. für die Tochter * — 3 Portion für die Tochter.

$$\begin{array}{r|l} 13 - 36000 & 36000 \\ * - 3 & \underline{\quad 3} \\ & 108000 \\ & 40 \\ & \underline{100} \\ & 9 \end{array} \Big\{ \begin{array}{l} 13 \\ \hline 8307\frac{9}{13} \end{array}$$

Antwort $8307\frac{9}{13}$ fl. für die Tochter.

Probe $16615\frac{5}{13}$

$11076\frac{12}{13}$

$8307\frac{9}{13}$

36000

Es

Es steht hier zu bemerken, daß wir zuvor die Zähler der Brüche addiret haben. Wenn deren Summe 26 durch den gemeinen Nenner 13 getheilt wird, so entsteht der Quotient 2; dieserwegen setzen wir auch zwey Ganze an die Stelle der Ganzen.

Es geschiehet aber oft, daß die Eintheilung, die unter gewissen Personen, welche in Societät stehen, gemacht werden soll, nicht allein den unterschiedenen Summen, welche ein jeder vorgeschossen hat, sondern auch der Länge der Zeit, in welcher si: das Geld zur gemeinen Nutzung hergegeben, proportionirlich seyn muß. In solchen Umständen bedient man sich folgender Art:

Erstlich müssen die besonderen Summen durch die Zeit, in welcher sie gebraucht sind, multiplicirt werden. Ist diese Multiplication geschehen, so muß man die Producte addiren, und auf die oben gezeigte Weise verfahren.

Z. E. zween Kaufleute treten in Gesellschaft, und legen ein Capital von 1060 fl. zusammen; der eine giebt 400 fl. her auf 6 Monat; der andere aber 660 fl. auf 4 Monat. Hiermit gewinnen sie 360 fl. Nun fragt sichs, wie viel muß ein jeder vom Profit haben? Man multiplicire die Summe, welche ein jeder hergeschossen hat, durch die Länge der beniemten Zeit.

Denn es ist einerley, ob man eine gewisse Summe Geldes auf 6 Monate, oder die sechsfache Summe auf einen Monat einleget. Man kann dahero, ohne in Irrthum zu verfallen, was ein jeder her-

geschossen hat, mit der dazu gehörigen Zeit multipliciren, daraus eine neue Summe machen, und auf solche Weise die verschiedenen Zeiten gänzlich wegschaffen, wie aus dem gegenwärtigen Exempel erhellet.

Der erste setzt ein fl. 4000 | 2400
auf Monate 6 | 2640
2400 | 5040 in allen.
Der andere setzt ein fl. 660
auf Monate 4
2640

Nachdem die beyden Producte zusammen addirt sind, so muß man wie oben sagen: Die Summe 5040 gewinnt 360 fl., wie viel wird die Summe 2400 gewinnen?

Summe 5040 — 360 fl. Profit.
fl. des ersten * — 2400 des erstern.

7. ~~14~~. ~~56~~. ~~5040~~ — ~~360~~. ~~4~~.
~~2400~~. 1200

Antwort: $171\frac{3}{7}$ fl. für den ersten.

Summe 5040 — 360 fl. Profit.
fl. für den II. * — 2640 des II.

7. ~~14~~. ~~56~~. ~~5040~~ — ~~360~~. ~~4~~
~~2640~~. 1320

Antwort: $188\frac{4}{7}$ fl. für den zweyten.

Probe { $171\frac{3}{7}$ für den I.
{ $188\frac{4}{7}$ für den II.

360

Hier

Hier stehet zu bemerken, daß man diese Art zu rechnen noch leichter einrichten kann. Anstatt der Multiplication der besondern Summen mit der Zeit, hätten sie können ohne Multiplication in die Regel gesetzt werden, wenn nur unter jeder Zahl die gehörige Zeit gesetzt wäre. Dies läßt sich in allen ähnlichen Exempeln thun. Den Satz richtet man auf folgende Weise ein:

Summe 5040 — 360 fl. Profit.

fl. des I. * — { 400 fl.
6 Monate.

---

7. 21. 84. 5040 — 360. 6

* — { 400. 100
6. 2

Antwort: $171\frac{3}{7}$ fl. für den ersten wie vorher.

Eben so um den Theil des Zweyten zu finden, so setzt man 660, und 4 drunter, anstatt daß 660 durch 4 multiplicirt, und 2640 hingeschrieben worden.

Summe 5040 — 360 fl. Profit.

fl. für den II. * — { 660 fl.
4 Monate.

---

7. 42. 168. 504 — 36. 12. 2

* — { 660 165
4

Antwort: $188\frac{4}{7}$ fl. für den II.

Nach dieser Vorschrift wollen wir folgende Frage beantworten: Es sind an einer Stifts-Kirche 12 Canonici, 26 Collegiaten, 50 Ca-

pelläne,

pelläne, und 32 Cantores; diese müssen 1810 fl. nach solcher Verhältniß unter sich austheilen, daß, wenn ein Canonicus 10 bekömmt, ein Collegiat 8; ein Capellan 6, und ein Cantor 3, bekommen muß. Nun fragt sichs: wie viel wird ein jeder von 1810 fl. bekommen? Multiplicirt die 12 Canonicos durch ihren Theil 10; welches 120 macht. Multiplicirt weiter die 26 Collegiaten durch 8; das Produet giebt 208. Eben so multiplicirt die 50 Capelläne durch 6, dis macht 300; und die 32 Cantores durch 3, so bekommt ihr 96. Alle diese Producte zusammen addirt, machen eine Summe aus von 724.

Bey diesem Falle ist abermals leicht einzusehen, daß es keinen Unterscheid machen kann, ob von 12 Canonicis ein jeder 10, oder von 10 mal 12 ein jeder 1 bekommt; ferner, ob unter 26 Collegiaten einem jeden 8, oder unter 26 mal 8 einem jeden 1 zugetheilet wird, u. s. w.

Die Rechnung zu führen, muß man demnach sagen:

Die Summe 724 — 1810 fl.

fl. - * — { 1 Canonicus.
10 Theile.

---

181. 362. 724 — 1810. 900. 5

* — { 1
10. 5

Antw. ein jeder Canonicus bekömmt 25 fl.

Die

Die Summe 724 — 1810 fl.
fl. * — { 1 Collegiat.
8 Theile.

---

181. 724 — 1810. 10
* — { 1
8. 2

Antwort: ein jeder Collegiat bekömmt 20 fl.

Die Summe 724 — 1810 fl.
fl. * — { 1 Capellan.
6 Theile.

---

181. 362. 724 — 1810. 960. 5
* — { 1
6. 3

Antwort: für jeden Capellan 15 fl.

Die Summe 724 — 1810
fl. * — { 1 Cantor.
3 Theile.

---

362. 724 — 1810. 905
* — { 1
3

Antw. für jeden Cantor $7\frac{1}{2}$ fl.

Von dieser Aufgabe läßt sich die Probe nach der obigen gezeigten Regel nicht machen, sondern man muß sich hier nach der Vorschrift richten, welche wir in dem vierten Unterricht gegeben haben. Es steht uns auch frey, die Zahl der unterschiedenen Personen durch die gefundene Portionen zu multipliciren: z. E. die 12 Canonicos durch

durch 25; die 26 Collegiaten durch 20, u. s. w. Sind nun alle Summen zusammen addirt, und die Summe ist gleich 1810, so ist es ein gewisses Zeichen, daß man recht gerechnet hat.

Die letztere Anmerkung kann den Liebhabern der Geometrie sonderlich zu statten kommen; denn diese müssen die Zahlen oft durch einander multipliciren, ehe sie selbige in der Regel der Proportion brauchen können; sie müssen die Multiplication einer Zahl durch sich selbst verrichten, um Quadrate daraus zu machen. Nach unserm Unterricht nun ist die Multiplication unnöthig; weil es hinlänglich ist, wenn man die Zahlen bloß hinsetzet, wie sie da sind, und sie zweymal ausdrückt, wenn sie ein Quadrat vorstellen sollen. Durch Exempel steht die Sache also zu erläutern.

Es ist bekannt, daß sich der Inhalt eines Zirkels zum Viereck seines Diameters, wie 11 zu 14 verhält. Nun wollen wir uns einen Zirkel vorstellen, dessen Diameter 28 Fuß hat; wir wollen den Inhalt des Zirkels finden. Man setzt die Regel folgendergestalt:

Viereck 14 — 11 Area des Zirkels.
Area * — {28 / 28 Viereck.

~~14~~ — 11
* — {28 / ~~28~~. 2

Antw. die Area des Zirkels hält 616 Fuß in sich.

In

In der Mathematik wird erwiesen, daß das größte Viereck, welches man in einem Zirkel beschreiben kann, sich zum Inhalt des Zirkels verhält wie 7 zu 11; auch ist erwiesen, daß die Diagonal des Vierecks dem Diameter des Zirkels gleich ist. Man weiß auch, daß dieser Durchschnitt das Viereck in zwey gleiche Dreyecke theilet, deren Höhe oder Perpendicul dem halben Diameter gleich ist; folglich, daß man, wenn der ganze Diameter durch seine Hälfte multipliciret wird, die Aream des Vierecks bekömmt. Diese Multiplication können wir entrathen, wenn wir nur in unsrer Regel den Diameter, und die Hälfte desselben setzen. Laßt uns annehmen, der Diameter sey 28 Fuß lang, folglich die Hälfte 14, und die Regel also setzen.

Das Viereck 7 — 11 die Area des Zirkels.

Die Area * — $\begin{cases} 28 \\ 14 \end{cases}$ Viereck.

---

7 — 11

* — $\begin{cases} 28 \\ 14.\ 2 \end{cases}$

Antw. die Area des Zirkels besteht aus 616 Fuß.

Die eben jetzo beygebrachten beyden Exempel zeigen sattsam den Nutzen dieser Regel in geometrischen Rechnungen. Unsre Absicht aber erlaubt uns nicht, weitläuftiger zu seyn.

Hieher gehöret auch die Havereyrechnung oder ad leg. Rhodiam de iactu.

Gesetzt, es wären 6 Personen auf einem Kahne, der Kahn selbst sey 80 Rthlr. ein Theil der Ladung desselben 60 Rthlr. werth, und diese beyderley gehören einer Person; ferner, der andre habe für 20 Rthlr. werth auf dem Kahne, der dritte für 15 Rthlr. der 4te 8 Rthlr., der 5te 12 Rthlr. und der 6ste nichts, als ein wenig Speise, die er zur Reise brauchet, nebst der Kleidung, womit er sich bedecket. Es seyn ferner des fünften Sachen für 12 Rthlr. ausgeworfen, und dadurch der Kahn mit der übrigen Ladung glücklich in den Hafen angekommen. So wird dieses Exempel, da die zur Reise nöthige Speise und Kleidung nach den Rechten nicht mit in die Rechnung kommen, also stehen:

I. 80, 60, 20, 15, 8 u. 12, od. 195 — 12 ausgeworf.
* — 140 der I.

13. 39. 195 — 12. 4
* — 140. 28

112 | 13
$8\frac{8}{15}$

Antw. der Herr des Kahns und der Ladung, die 60 Rthlr. werth ist, erstattet $8\frac{8}{15}$ Rthlr.

Eben also verfährt man, um zu finden, was die übrigen contribuiren müssen.

II. 13. 39. 195 — 12. 4
* — 20. 4 der II.

Antwort $1\frac{2}{13}$ Rthlr.

III. 13. 39. 195 — 12. 4
15. 3

Antwort $\frac{12}{13}$ Rthlr.

IV. 65. 195 — 12. 4
* — 8

Antwort $\frac{32}{65}$ Rthlr.

V. 65. 195 — 12. 4
* — 12

Antwort $\frac{48}{65}$ Rthlr.

Der sechste giebt nichts, weil er nichts auf dem Kahne hat, wovon er den Rechten nach contribuiren müßte.

Die Probe wird auch gemacht, wie bey der Gesellschaftsrechnung: nemlich man addiret die herausgebrachten Posten zusammen, um zu sehen, ob sie, zusammen genommen, den Werth desjenigen, so ausgeworfen ist, und ersetzet werden soll, ausmachen.

I. $8\frac{8}{13}$
II. $1\frac{3}{13}$
III. $\frac{12}{13}$
IV. $\frac{32}{65}$
V. $\frac{48}{65}$

Summe 12 Rthlr. welche zu ersetzen waren.

Ein anderes Exempel. Es sind 20 Personen auf einem Schiffe, nemlich der Schiffer mit 8 Schiffleuten und 11 Passagier. Das Schiff ist 1300 Rthlr. werth, die Ladung, welche vier Rheders gehöret, beträget 3000 Rthlr. Daran hat der erste Rheder $\frac{1}{4}$, der andere $\frac{1}{3}$, der dritte $\frac{1}{6}$ und der vierte auch

auch $\frac{1}{4}$. Ausser diesem hat der Schiffer ohne die nöthige Speise und Kleidung für 200 Rthlr. Waare auf dem Schiffe. 4 Matrosen haben in Compagnie für 300 Rthlr. Waare ohne ihre gewöhnliche Reisekiste, die übrigen aber haben bloß ihre Reisekisten, welche frey sind. (Schottel von unterschiedlichen Rechten in Deutschland C. 21. §. 9.) Ferner hat ein Juwelierer unter den Passagiers ein Kästgen mit 2500 Rthlr. an Juwelen; ein andrer 450 Rthlr. baares Geld; ein dritter 100 Rthlr. an Werth in seinem Reisecoffre; der vierte 500 Rthlr. an Getreide; der fünfte 200 Rthlr. werth an Steinen, welche auf dem Verdeck liegen. Die übrigen sechse haben nur ihre Kleidung und nöthige Speise. Bey einem entstandenen Sturm muß der grösseste Mastbaum gekappet, und über dieses müssen die Steine insgesammt, von dem Getreide aber 150 Rthlr. werth ausgeworfen werden. Der Mastbaum wird auf 25 Rthlr. taxiret. Es fräget sich, wie viel ein jeder davon ersetzen muß.

	1300
	3000
	200
	300
	2500
	450
	100
	500
	200
Summa	8550 Rthlr.

Summa 8550 Rthlr. so das Schiff nebst der ganzen Ladung werth gewesen.

200

200
150
25

Summa 375 Rthlr. so ausgeworfen sind, und ersetzet werden müssen.

I. 57. 171. 8550 — 375. 75. 25
* — 1300

3250 | 57
| $57\frac{1}{57}$

Antw. der Herr des Schiffes ersetzt $57\frac{1}{57}$ Rthlr. wovon er 25 Rthlr. für den Mastbaum inne behält.

II. 19. 57. 171. 8550 — 375. 75. 25
* — 3000. 75. 25

4 $\frac{1}{4}$

625 | 19
| $32\frac{17}{19}$

Antw. der erste und der letzte Rheder ersetzen ein jeder besonders $32\frac{17}{19}$ Rthlr.

III. 57. 171. 8550 — 357. 75. 25
* — 3000. 100

3 $\frac{1}{3}$

2500 | 57
| $43\frac{49}{57}$

Antw. der andere Rheder ersetzet $43\frac{49}{57}$ Rthlr. und folglich da $\frac{1}{6}$ halb so viel ist als $\frac{1}{3}$, der dritte Rheder $21\frac{53}{57}$ Rthlr.

IV. 57. 171. 8550 — 375. 75. 25
* — 200

500 | 57
| $8\frac{44}{57}$

Antw. der Schiffer muß $8\frac{44}{57}$ Rthlr. contribuiren.

V. 57. 171. 850 — 375. 75. 25
* — 300

750 | 57
| $13\frac{9}{57}$

Antw. die 4 Matrosen contribuiren $13\frac{9}{57}$ Rthlr.

VI. 57. 171. 8550 — 375. 75. 25
* — 2500.

6250 | 57
| $109\frac{37}{57}$

Antwort: der Juwelierer muß $109\frac{37}{57}$ Rthlr. zu Ersetzung des Ausgeworfenen hergeben.

VII. 19. 57. 171. 8550 — 375. 75. 25
* — 450. 15

375 | 19
| $19\frac{14}{19}$

Antw. der die 450 Rthlr. baares Geld im Schiffe hat, contribuiret $19\frac{14}{19}$ Rthlr.

VIII. 57. 171. 8550 — 375. 75. 25
* — 100

Antwort: der 100 Rthlr. im Schiffe hat, muß $4\frac{22}{57}$ Rthlr. contribuiren.

IX.

IX. 57. 171. 8550 — 375. 75. 25
$\quad$ * — 500

$\quad$ 1250 | 57
$\quad$ | $21\frac{53}{57}$

Antw. der Herr des Getreides verlieret $21\frac{53}{57}$ Rthlr. und bekömmt daher nur $478\frac{4}{57}$ Rthlr. wieder.

X. 57. 171. 8550 — 375. 75. 25
$\quad$ * — 200

Antwort: der Besitzer der Steine muß $8\frac{44}{57}$ Rthlr. verlieren, und bekömmt demnach nur $191\frac{13}{57}$ Rthlr. ersetzet.

Die Probe wird gemacht, wie bey dem vorigen Exempel.

I.	$57\frac{1}{57}$
II.	$32\frac{17}{19}$
	$32\frac{17}{19}$
III.	$43\frac{49}{57}$
	$21\frac{53}{57}$
IV.	$8\frac{44}{57}$
V.	$13\frac{9}{57}$
VI.	$109\frac{37}{57}$
VII.	$19\frac{14}{19}$
VIII.	$4\frac{22}{57}$
IX.	$21\frac{53}{57}$
X.	$8\frac{44}{57}$

Summe 375 Rthlr. als der Werth desjenigen, so zu ersetzen war.

Eben also muß man in verschiedenen anderen Fällen verfahren. Z. E. wenn man eine gemischte

Arze-

Arzeney in geringerer oder grösserer Menge verfertiget, wenn Metalle und andere Dinge nach einer gewissen Verhältniß vermischet werden sollen u. d. g.

Wir wollen noch ein Exempel von dieser Art hersetzen.

Wenn man 138 ℔. Schießpulver machen will, so nimmt man 100 ℔. Salpeter, 20 ℔. Schwefel, und 18 ℔. Kohlen; wie viel muß man von jeder Art nehmen, wenn man 100 ℔. Schießpulver machen will?

I. Pulver ℔. 138 — 100 ℔. Salpeter.
Salpeter * — 1000 ℔. Pulver.

138 — 100
* — 1000

100000 | 138
| $724\frac{88}{138}$

Antwort: $724\frac{38}{138}$ ℔. Salpeter.

II. 69. ~~138~~ — ~~20~~. 10.
* — 1000

10000 | 69
| $144\frac{64}{69}$

Antwort: $144\frac{64}{69}$ ℔. Schwefel.

III. 23. ~~138~~ — ~~18~~. 3
* — 1000

3000 | 23
| $130\frac{10}{23}$

Antwort: $130\frac{10}{23}$ ℔. Kohlen.

Pro-

Probe $130\frac{19}{23}$
$144\frac{64}{69}$
$724\frac{88}{138}$

Summe 1000 ℔. Pulver.

Fünfte Anwendung
auf die Regel von Gleichungen.

Die Anwendung unsrer Regel, welche jetzo soll gemacht werden, ist auch von sehr grossem Nutzen, insonderheit im Handel und Wandel. Man nennet die Gleichungsregel, die Art, nach welcher man zwo Grössen von verschiedenem Maasse, oder Werthe, einander gleich machet. Z. E. man will sich ein Kleid machen lassen; man brauchet dazu 9 Ellen 7 Viertheile breites Tuch; man läßt es füttern mit $\frac{3}{4}$ breiten Zeug; es fragt sich, wie viel Ellen Futter muß man haben? Ein Kaufmann hat eine gewisse Menge Zeug, davon die Elle 5 fl. kostet, er will es aber mit anderm Zeuge vertauschen, davon die Elle 16 ggr. kostet; daher ist die Frage: wie viel muß er von dem theuren Zeuge geben, um eine gewisse Menge von dem wohfeilen zu bekommen? Dergleichen Aufgaben nun aufzulösen, setzen wir unsre Regel folgendergestalt.

Man bringet die Zahlen, die zu einerley Sache gehören, auf eine Seite, und auf die andere Seite die Zahlen, die unter derjenigen Sache begriffen

griffen sind, mit welcher man die Vergleichung anstellen will. Folglich muß man mit dem angeführten Exempel also verfahren:

Ellen Länge 9 } — { * Ellen Länge.
Viertheile breit 7 } — { 3 Viertheile breit.

3. 9 } — { *
7 } — { 3

Antwort: 21 Ellen.

Ein Balke, welcher 20 Fuß lang, 12 und 14 Zoll dicke ist, giebt eine gewisse Menge Holz; wie lang muß ein andrer Balke seyn, der 16 und 15 Zoll dicke ist, damit er eben so viel Holz gebe?

Fuß lang 20 } — { * Fuß lang.
Dicke in Zollen 14 } — { 16 Dicke in Zollen.
12 } — { 15

4. 20 } — { *
14 } — { 16. 4
3. 12 } — { 15. 3

Antwort: 14 Fuß.

Ein Kaufmann will 40 Ellen Tuch, wovon die Elle 5 Rthlr. werth ist, mit einer Art Zeug vertauschen, davon die Elle 16 ggr. kostet. Wie viel Ellen Zeug muß er für sein Tuch haben?

Ellen 40 } — { * Ellen.
Rthlr. 5 } — { $\frac{2}{3}$ Rthlr.

20. 40 } — { *
5 } — { 2

3 3

Antwort: 300 Ellen.

Ein

Ein Kaufmann hat 200 ℔. Pfeffer, das ℔. zu 22 pf.; er will selbigen mit Leinwand vertauschen, wovon die Elle 32 pf. kommt; wie viel Ellen Leinwand muß er für die 200 ℔. Pfeffer haben?

℔. 200	—	* Ellen.	
pf. 22		32 pf.	

25. 50. 200	—	*	
11. 22		32. 8. 4. 2	

Antwort: $137\frac{1}{2}$ Ellen Leinwand.

Man höret unter Kaufleuten öfters von der gleichen Diensten reden, wenn zum Exempel einer dem andern auf eine gewisse Zeit ohne Interesse Geld vorstrecket, mit der Bedingung, daß man ihm bey andrer Gelegenheit eben solche Gefälligkeit erweise. Ist nun die Länge der Zeit unterschieden, oder die Grösse des Capitals, so muß entweder in jener oder in dieser eine Verhältniß und Vergleichung gefunden werden.

Wir wollen es durch ein Exempel deutlich machen.

Ein Kaufmann leihet seinem Freunde 4000 fl. auf 3 Jahr, ohne daß dieser Interesse davon zahlt. Hierauf bittet jener, daß er ihm 16000 fl. zur Dankbarkeit leihen soll: es fragt sich, wie lange kann er diese 16000 fl. behalten.

fl. 4000	—	* Jahr.	
Jahr 3		16000 fl.	

4000	—	* Jahr.	
3		61000. 4	

Antw. $\frac{3}{4}$ Jahr oder 9 Monate.

Es kömmt im Handel und Wandel oft ein solcher Fall vor, da man gewisse Gelder zu verschiedenen Zeiten bezahlen sollte, welche man lieber zu einerley Zeit bezahlen mögte; doch so, daß weder der Gläubiger noch der Schuldner dabey Schaden leide.

Z. E. A wäre dem B 2400 Rthlr. schuldig, und zwar 1600 davon nach 9 Monaten, die übrigen 800 aber nach 12 Monaten zu erlegen. Es ist die Frage, zu welcher Zeit dem B solche 2400 Rthlr. ausgezahlet werden müßten, wenn A auf einmal von der Schuld los seyn wollte?

Es ist nicht schwer zu begreifen, daß es einerley ist, ob ich die Zinsen von 1600 auf 9 Monate, oder die Zinsen von 9mal 1600 Rthlr. auf 1 Monat, zu bezzahlen habe. Eben also findet sich kein Unterscheid unter diesen beyden Fällen, wenn ich die Zinsen von 800 Rthlr. auf 12 Monate, oder von 12mal 800 Rthlr. auf einen Monat erlegen soll. Setzet derowegen anstatt des gegebenen, ihr sollet die Zinsen von 9mal 1600 Rthlr., imgl. von 12mal 800 Rthlr., d. i. von 14400 und 9600 Rthlr., oder von 24000 Rthlr., nach einem Monate bezahlen. Wenn ihr dieses verrichtet, nemlich, wenn ihr die gegebenen Zeiten, eine jede mit dem zugehörigen Gelde, vervielfältiget, und die Producte zusammen gethan habet, so könnet ihr die Aufgabe folgendergestalt ansetzen.

Capital Rthlr. 2400 — 10. 24000 Rthlr. Capital.
Monate * 1 Monat.

Antwort: Nach 10 Monaten müssen ie 2400 Rthlr. dem B ausgezahlet werden.

Eine

Einer kaufet ein Haus für 6000 Rthlr. unter folgenden Bedingungen, daß 3000 Rthlr. baar, 1500 Rthlr. nach 2 Jahren, 1000 Rthlr. nach 3 Jahren, und endlich die letzten 500 Rthlr. nach 4 Jahren bezahlet werden sollen. Der Käufer will gerne die auf Tagezeiten gesetzten 3000 Rthlr. zugleich bezahlen. Es ist die Frage, zu welcher Zeit es geschehen müsse.

$$\left.\begin{array}{r}1500\\2\end{array}\right\}\ 3000$$

$$\left.\begin{array}{r}1000\\3\end{array}\right\}\ 3000$$

$$\left.\begin{array}{r}500\\4\end{array}\right\}\ 2000$$

$$\overline{8000}$$

$$\left.\begin{array}{lr}\text{Rthlr.} & 3000\\ \text{Jahre} & *\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{rl}8000 & \text{Rthlr.}\\ 1 & \text{Jahr.}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{r}3\not{0}\not{0}\not{0}\\ *\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{r}8\not{0}\not{0}\not{0}\\ 1\end{array}\right.$$

Antwort: Nach $2\frac{2}{3}$ Jahren, oder 2 Jahren und 8 Monaten, muß es bezahlet werden.

Einer ist schuldig 200 Rthlr. in 2 Jahren, 400 Rthlr. in 4 Jahren, und 1200 Rthlr. in 6 Jahren zu bezahlen. Allein die beyden Partheyen werden einig, daß 1000 Rthlr. in einem Jahre, und 600 Rthlr. in 2 Jahren abgeführet werden sollen. Es ist die Frage, zu welcher Zeit die übrigen 200 Rthlr. ausgezahlet werden müssen.

200 } 2	400	1000 } 1	1000
400 } 4	1600	600 } 2	1200
1200 } 6	7200		2200 bezahlt.
	9200 zu bezahlen.		

Rthlr. 200 } Jahre * } — { 7000 R. nach Abzug der 2200 R. 1 Jahr zu bezahlen.

2ØØ } * } — { 70ØØ 1

Antwort: die rückständigen 200 Rthlr. müssen nach 35 Jahren bezahlet werden.

Ausgesuchte Exempel,

womit man sich in dem bisherigen Unterricht üben kann.

Exempel zum III. Unterricht.

Man hat 200 Arbeiter 6 Wochen lang gebraucht, einen Graben, welcher 400 Fuß lang, 16 Fuß breit, und 12 Fuß tief ist, zu führen; wie viel Arbeitsleute muß man haben, um einen Graben, der 1200 Fuß lang, 20 breit, und 16 tief, in 4 Wochen zu verfertigen?

Man

Man verfährt also:

Arbeiter 200 }
Wochen 6 } — { 400 Fuß lang. 16 Fuß breit. 12 Fuß tief.

Fuß lang 1200 }
Fuß breit 20 } — { * Menschen. 4 Wochen.
Fuß tief 16 }

---

200 }
6 } — { 400. 2 16 12. 2

300. 1200 }
5. 20 } — { * 4
16 }

Antwort: 1500 Arbeiter.

640 fl. Capital bringen in 15 Monaten 120 fl. Interesse, wie hoch beläuft sich jährlich die Interesse von 100?

Capital fl. 640 }
Monat 15 } — 120 fl. Interesse.

Interesse. * — { 100 fl. Capital. 12 Monat.

---

4. 16. 640 }
8. 15 } — 120. 4

* — { 100. 30. 5 12. 3

Antw. von 100 jährlich 15 fl.

12 Weber machen in 15 Wochen 120 Stücke Zeug, in wie viel Zeit machen 9 Weber die Hälfte?

Wenn solche Fragen vorfallen, und man verlangt einen Theil einer Zahl zu wissen, so kann man dieselbe auf eine doppelte Weise auflösen. Wir setzen nemlich die ganze Zahl auf eine Seite, und auf die andere den Theil dieser Zahl, welcher durch ganze Zahlen ausgedrückt ist, wie im gegenwärtigen Exempel auf der einen Seite 120, und auf der andern 60, welches die wahre Hälfte ist. Wir können auch die ganze Zahl in eine Columne setzen, und in der andern den Theil, welcher durch einen Bruch ausgedrückt ist; dergestalt, daß anstatt 60, als der Hälfte von 120, ein Bruch hingeschrieben würde, daraus wird $\frac{120}{2}$. Diese letztere Einrichtung ist in vielen Fällen weit bequemer; dann sie spart uns die Mühe, zuvörderst eine Theilung anzustellen.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Weber } 12\\ \text{Wochen } 15\end{array}\right\} - 120 \text{ Stücke.}$$

$$\text{Stücke } \frac{120}{2} - \left\{\begin{array}{l}9 \text{ Weber.}\\ * \text{ Wochen.}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{r}2.\,4.\,\not{1}\not{2}\\ 5.\,\not{1}\not{5}\end{array}\right\} - \not{1}\not{2}\not{0}$$

$$\frac{\not{1}\not{2}\not{0}}{\not{2}} - \left\{\begin{array}{l}\not{9}.\ 3\\ *\\ \\ \not{2}\end{array}\right.$$

Antwort: 10 Wochen.

Noch

Noch bequemer wird es seyn, wenn man auf einer Seite X, anstatt 120 setzt, und auf der andern $\frac{1}{2}X$: so wollen wirs hernach machen.

Wenn ein gewisses Kornmaaß 96 Rthlr. kostet, so verkauft man ein Brodt von 12 ℔. für 10 Stüber; wie viel ℔. Brodt bekömmt man für 7 Stüber, wenn besagtes Kornmaaß 108 Rthlr. kostet?

Antwort: $7\frac{7}{15}$ ℔. s. oben S. 15.

Wenn der Scheffel Korn 6 fl. und 15 Mgr. kostet, so giebt man für ein Brodt von 8 ℔. 5 Mgr., wie viel Pfund Brodt wird man für 3 Mgr. haben können, wenn der Kornpreis um ein Viertheil verringert wird? Da der Preis um $\frac{1}{4}$ gemindert ist, so bleiben nur noch $\frac{3}{4}$ vom vorigen übrig; deshalb wollen wir unsre Regel also einrichten:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Kornpreis} & X\\ \text{℔. Brodt} & 8\end{array}\right\} - 5 \text{ Mgr.}$$

$$\text{Mgr. } 3 - \left\{\begin{array}{ll}\frac{3}{4}X & \text{Kornpreis.}\\ * & \text{℔ Brodt.}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l}X\\ 8\end{array}\right\} - 5$$

$$3 - \left\{\begin{array}{l}*\\ 3\end{array}\right.$$

$$- X$$

$$4 \qquad 4$$

Antwort: $6\frac{2}{5}$ ℔.

Eine

Eine Armee von 6000 Mann hat auf 25 Wochen Proviant; man ist verbunden, ein Viertheil von den Leuten wegzuschicken; nun ist die Frage, wie lange können die übriggebliebenen von eben dem Proviant leben? Dieses Exempel kann eben so gesetzt werden, als das vorhergehende.

Menschen } — Lebensmittel.
Wochen 25 }

Lebensmittel — { $\frac{3}{4}$ Menschen.
{ * Wochen.

M. } — L. M.
25 }

L. M. — { $\frac{3}{4}$ M
{ * W.

Antwort: $33\frac{1}{3}$ Wochen. s. oben S. 27.

In einer kleinen Festung sind 48 Soldaten auf 24 Tage mit Proviant versehen: wir wollen setzen, daß 18 gestorben; wie lange werden die übriggebliebenen 30 alsdenn versorget seyn? Antwort: $38\frac{2}{5}$ Tage.

Ein Officier hat so viel Geld im Vorrath, daß er 300 Mann 23 Tage lang erhalten kann, wenn er einem jeden täglich 16 Mgr. giebt. Im Fall aber, daß er in 46 Tagen kein Geld wieder bekommt, so ist die Frage: wie viel muß er einem jeglichen täglich geben, damit er 46 Tage lang auskomme?

Menschen
Tage 23 } — Geld.
Mgr. 16

Geld. — { Menschen.
46 Tage.
* Mgr.

Menschen
~~2~~3 } — X
8. ~~1~~6

X — { Menschen.
~~4~~6. ~~2~~
*

Antwort: täglich 8 Mgr.

24 Ellen 6 Viertheile breites Tuch kosten 65 fl. und 12 ggr. Man verlanget aus eben der Fabrik, von eben der Güte Tuch, das eine Elle breit ist; wie viel Ellen kann man für eben das Geld haben?

Antwort: 36 Ellen.

In einer belagerten Stadt liegt eine Besatzung von 1700 Mann; sie haben 54 Tage lang die gehörigen Lebensmittel; weil sie aber, vor Verfliessung 60 Tage keine Hülfe zu erwarten haben, so fragt sichs, wie viel Soldaten müssen in der Stadt bleiben, damit sie bis auf die Ankunft der Hülfsvölker leben können?

Antwort: 1530.

360 Mann haben auf ein Jahr Proviant; es fragt sich, ob 270 Mann 16 Monat lang damit auskommen können? Antwort: ja.

Der Satz müßte also gemacht werden:

Mann 360 } — Proviant.
Monat 12 }

Proviant * — { 270 Mann.
{ 16 Monate.

---

4. ~~360~~ } — X
4. ~~12~~ }

X * — { ~~270~~. 3
{ ~~16~~. 4

Wenn ein Sack voll Korn 4 fl. und $6\frac{1}{2}$ gr. kostet, verkauft man ein Brodt von 6 ℔ vor 4 gr., was kostet ein Brodt von gleichem Gewicht, wenn das Korn ein Viertheil theurer wird?

Kornpreis } 4 gr.
℔ Brodt 6 }

gr. * { $1\frac{1}{4}$ Kornpreis.
{ 6 ℔. Brodt.

~~X~~ } — ~~4~~
~~6~~ }

* — { ~~1~~
{ ~~1~~. X. 5
{ ~~4~~

~~4~~ ~~6~~

Antwort: 5 gr.

Es

Es werden 12 Arbeitsleuten, welche 20 Wochen lang, und zwar jede Woche 5 Tage gearbeitet haben, 1000 fl. ausgezahlt; wie viel muß man 9 Arbeitsleuten geben, welche 30 Wochen, wöchentlich 6 Tage, arbeiten?

Antwort: 1350 fl.

Die Regel müßte also stehen:

Arbeiter 12 }
Wochen 20 } — 1000 fl. Lohn.
Tage 5 }

Lohn fl. * — { 9 Arbeiter.
{ 30 Wochen.
{ 6 Tage.

~~1~~. ~~12~~ }
~~20~~ } — ~~1000~~. ~~500~~. ~~100~~. 50.
~~5~~ }

* — { 9
{ 3~~0~~
{ ~~6~~

Antwort: 1350 fl. s. oben S. 15.

Ein Hauswirth braucht für 5 Personen in 6 Wochen 4 Tonnen Bier; wie viel braucht er in 6 Monaten, wenn er noch 4 Bedienten mehr annimmt:

Hausgenossen 5 }
Wochen 6 } — 4 Tonnen.

Tonnen * — { 9 Hausgenossen.
{ 26 Wochen.

```
    5 }
 2. 6 } 4. 2

      * — { 9. 3
          { 26
```

Antwort: $31\frac{1}{3}$ Tonnen.

Ein Ingenieur braucht 400 Mann, um einen Graben, welcher 100 Fuß lang, 16 breit, und 12 Fuß tief, in 6 Wochen fertig zu machen. Wenn er nun noch einen soll machen lassen, welcher gleich lang, aber 14 Fuß breit, und 11 Fuß tief, so fragt sichs, wie bald wird ihn eine gleiche Anzahl Arbeitsleute zu Stande bringen?

```
Menschen  }     { Länge.
Wochen 6  }  —  { 16 Breite.
                { 12 Tiefe.

Länge     }     { Menschen.
Breite 14 }  —  { * Wochen.
Tiefe  10 }
```

```
M. }     { X.
6  }  —  { 16. 8
         { 12. 2

     X. }
  7. 14 }  —  { M.
  5. 10 }     { *
```

Antwort: $4\frac{3}{8}$ Wochen. s. oben S. 8.

Ein Schiffscapitain hat auf ein Jahr für 150 Personen auf seinem Schiffe Proviant; wenn er nun anstatt 150 nur 120 Mann an

Bord

Bord nimmt, so fragt sichs, wie lange wird er für diese die nöthigen Lebensmittel haben?

Antwort: 15 Monat. s. oben S. 27.

Hieher gehöret auch die **Berechnung der Fracht.** Z. E. für 4 Centner zahlet man auf 5 Meilen 24 Mgr., was kosten 2 Centner auf 10 Meilen an Fracht.

Centner 4 }
Meilen 5 } — 24 Mgr. Fracht.

Fracht Mgr. * — { 2 Centner.
{ 10 Meilen.

---

2. ~~4~~ }
~~5~~ } — 24

* — { 2
{ ~~10~~. 2

Antwort: 24 Mgr.

Dieses Exempel machet die Sache deutlich, indem auch ein Kind begreifen kann, daß eine gewisse Menge Waare auf eine gewisse Zahl Meilen so viel Fracht kosten müsse, als halb so viele Waare auf einen gedoppelten Weg.

Ich will noch einige Exempel zusetzen:

1 Centner kostet auf 11 Meilen 20 Mgr. Fracht, was kosten 88 Centner auf 30 Meilen?

Centner 1 }
Meilen 11 } — 20 Mgr.

Fracht * — { 88 Centner.
{ 30 Meilen.

---

1 }
11 } — 20

* — { 88. 8
{ 30

Antwort: 133 Rthlr. und 11 Mgr.

Ferner: drey Centner kosten 2 Rthlr. auf 12 Meilen, wie weit kann ich 24 Centner für 16 Rthlr. fahren lassen?

Centner 3 }
Meilen 12 } — 2 Rthlr.

Rthlr. 16 — { 24 Centner.
{ * Meilen.

3 }
12 } — 2

4. 8. 16 — } 24. 2
*

Antwort: 12 Meilen.

7 Centner kosten 5 Rthlr. auf 8 Meilen, wie viele Centner kann ich für 35 Rthlr. 28 Meilen weit fahren lassen?

Centner 7 }
Meilen 8 } — 5 Rthlr.

Rthlr. 35 — { 28 Meilen.
{ * Centner.

7 }
2. 8 } — 5

7. 35 — { 28. 4
*

Antwort: 14 Meilen weit.

Exem-

Exempel,

welche den fünften Unterricht erläutern.

Zur ersten Art.

Wenn $\frac{1}{2}$ Elle $\frac{1}{4}$ Gulden kostet, was kosten $\frac{2}{3}$ einer Elle? Antwort: $\frac{1}{3}$ fl.

Wenn $\frac{5}{16}$ vom ℔. $\frac{10}{26}$ fl. kosten, was kosten 7 ℔.? Antwort: 11 fl. 3 ggr. $2\frac{2}{5}$ pf.

Zur andern Art.

7 Weber machen in 8 Wochen und 4 Tagen 20 Stück 40 Ellen langes Tuch, welches $9\frac{1}{2}$ Viertheil breit ist: in wie viel Zeit verfertigen 8 Weber 30 Stück 56 Ellen langes und 2 Ellen breites Tuch? Antwort: in 13 Wochen 1 Tag $20\frac{4}{19}$ Stunden.

Dieses muß man nach der allgemeinen Regel folgender Gestalt setzen:

Weber 7 Wochen $8\frac{4}{7}$	}	—	{ 20 Stück. 40 Ellen lang. $9\frac{1}{2}$ Viertheil breit.
Stück 30 Ellen lang 56 Viertheil breit 8	}	—	{ 8 Weber. * Wochen.

```
            7   ⎫      ⎧ 2ø
                ⎪      ⎪ 3ø
  3.6ø.8 4     ⎬  —   ⎩ 1.
        —       ⎪        9 —
        7       ⎭
                          2
     3ø ⎫     ⎧ 8
 14. 56 ⎬  —  ⎨ *
      8 ⎭     ⎩
      2          7
  ------     ----------------
    252        252 | 19
                   |--------
                   | 13 5/19
```

Antwort: 13 Wochen 1 Tag $20\frac{4}{19}$ Stunden; oder, wenn man den Tag, so lange man nemlich arbeitet, zu 12 Stunden rechnet, $10\frac{2}{19}$ Stunden. s. oben S. 25.

Ja wenn man die Woche zu 6 Werk- oder Arbeitstagen rechnet, und daher $8\frac{4}{6}$ anstatt $8\frac{4}{7}$ setzet, so wird die Antwort kleiner werden, und 13 Wochen $4\frac{88}{95}$ Stunden seyn.

Ein viereckigtes Stück Land, welches $6\frac{1}{4}$ Ruthen lang, und $2\frac{2}{3}$ Ruthen breit ist, kostet 100 Thlr. Ein anders Stück Land von gleicher Güte ist $8\frac{2}{5}$ Ruthen lang, und $3\frac{5}{21}$ Ruthen breit; wie viel muß dieses nach der Verhältniß des ersten werth seyn? Antwort: $163\frac{1}{5}$ Rthlr. s. oben S. 146.

Exempel
zur ersten Art der Brüche aus Brüchen.

Ein Soldat bekommt zu seinem Sold $\frac{1}{2}$ so viel als ein Corporal, ein Corporal hat $\frac{1}{2}$ so viel als

als ein Sergeant; ein Sergeant $\frac{2}{3}$ von der Besoldung eines Fähnrichs; ein Fähnrich $\frac{1}{4}$ von dem Sold eines Lieutenants, ein Lieutenant $\frac{3}{5}$ von dem, was ein Hauptmann hat. Nun wollen wir setzen, daß ein Hauptmann 400 fl. bekömmt; es fragt sich, wie viel bekommt alsdenn ein gemeiner Soldat? Antwort: 10 fl. s. oben S. 41.

Auf eben diese Art findet man, daß der Corporal 20, der Sergeant 40, der Fähnrich 60, und der Lieutenant 240 bekömmt.

Exempel

zur andern Art der Brüche aus Brüchen.

Wenn 4 Ellen 18 Rthlr. und 16 ggr. kosten; was kosten 28 Ellen; Antwort 130 Rthlr. 16 ggr. s. oben S. 49.

Wenn $7\frac{1}{4}$ Elle 8 fl. 5 ggr. und 6 pf. gelten; was muß für $35\frac{2}{5}$ Ellen gezahlt werden? Antwort: 40 fl. 11 ggr. $10\frac{14}{15}$ pf.

Wenn $6\frac{3}{4}$ lb. 12 ggr. $8\frac{3}{4}$ pf. werth sind, was ist der Werth von 9 ℔.? Antwort: 16 ggr. $11\frac{2}{3}$ pf.

Wenn eine und $\frac{3}{4}$ Elle Tuch, welches $\frac{7}{4}$ breit ist, für 4 fl. 3 ggr. und 8 pf. verkauft wird; wie hoch werden 18 Ellen gleicher Güte Tuch, welches aber nur $\frac{5}{4}$ breit ist, verkauft? Antwort: 31 fl. 1 ggr. $1\frac{5}{7}$ pf.

Einer hat etliche Stücke Silber, von welchen eins 3 Rthlr. 12 ggr. und 2 pf. kostet; wie viel Rthlr. machen 317 solcher Stücke Silber aus? Antwort: 1111 Rthlr. 16 ggr. 10 pf.

Exempel
zum sechsten Unterricht.

3 ℔. haben 8 fl. 7½ ggr. gekostet; wie viele Thaler kosten 78½ ℔.? Antwort: 88 Rthlr. 15 ggr. 4⅕ pf.

Wenn 40 Amsterdammer Ellen 24 ßl. Sterl. kosten; wie viele Amsterdammer Bancogulden kosten 35 englische Ellen. Gesetzt, daß 3 englische Ellen 4 Amsterdammer, und 2½ ßl. Sterl. 1 fl. Banco ausmachen? Antw. 11⅕ fl. oder 11 fl. 5 Stüver Banco.

Eine Elle Amsterdammer Tuch kostet 4½ holländische Gulden; wie viel Groschen kostet die Elle zu Danzig, gesetzt, daß 100 Amsterdammer Ellen zu Danzig 102 sind, und daß 221 Danziger Groschen 6 holländische Gulden gelten? Antwort: 62½ Danziger Groschen.

Ein ℔. Butter kostet 9 pf.; wie viel muß man für 100 ℔. zahlen? Antwort: 3 Rthlr. 3 ggr.

Wenn ein ℔. Pfeffer 9 pf. gilt; wie viel Gulden gelten 50 ℔. Gewürznelken; gesetzt, daß 8 ℔. Pfeffer eben so viel als 3 ℔. Gewürznelken kosten? Antwort: 6¼ fl. oder 6 fl. 4 ggr.

Wie viel Gulden gehören zu 285 Reichsthalern, wenn ein Reichsthaler den Werth von 1½ Gulden hat? Antwort: 427½ fl.

Wie viel Bancogeld machen 326 Rthlr. aus, gesetzt, daß 8 ßl. fläm. einen Thlr. und 10 ßl. fläm. 3 Gulden, imgleichen 6 fl. Bancogeld 7 fl. Courant gelten? Antwort: 670 fl. 12 Stüver $9\frac{1}{7}$ Pfennig Bancogeld.

Merke: 1 fl. gilt 20 Stüver, und 1 Stüver macht 16 Pfennige.

Wie viel ℔. Netto geben 566 ℔. Brutto, wenn die Tare 18 auf hundert macht? Antwort: $464\frac{3}{25}$ ℔. Netto.

Wenn man für 280 ℔. 445 fl. giebt, wie hoch muß das ℔. wieder verkauft werden, um 40 mit 100 zu gewinnen? Antwort: 2 fl. 4 Stüver 8 Pfennige.

$85\frac{1}{2}$ Pariser Stab Seiden Zeug werden für 684 französische Livres, deren 2 einem holländischen Gulden gleich sind, gekauft; es fragt sich: was gilt davon eine Amsterdammer Elle, wenn 100 Pariser Stab 175 holländische Ellen ausmachen? Antwort: 2 fl. 5 Stüver, $11\frac{3}{7}$ Pfenninge.

Exempel

zur Vervielfältigung der gebrochenen Zahlen.

Wie viel macht $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{3}$? Antwort: $\frac{1}{12}$ vom Ganzen.

Wie viel macht $\frac{3}{5}$ von 265 fl.? Antw. 159 fl.

Was gelten $\frac{2}{3}$ einer Elle, wenn die Elle $\frac{3}{4}$ Gulden kostet? Antwort: $\frac{1}{2}$ fl. oder 10 Stüver. Ein Gulden macht 20 Stüver.

Was

Was kosten $2\frac{2}{3}$ Ellen, wenn die Elle $3\frac{1}{2}$ fl. gilt? Antwort: $9\frac{1}{3}$ Gulden.

Was ist das für eine Zahl, welche, wenn sie durch $4\frac{1}{3}$ getheilet wird, zum Quotienten $\frac{1}{2}$ giebt? Antwort: $2\frac{1}{6}$.

Es ist bekannt, daß man die getheilte Zahl wieder bekommt, wenn man den Quotienten mit dem Theiler vervielfältiget. Die Auflösung dieser Aufgabe bestehet demnach darin, daß ihr $4\frac{1}{3}$ durch $\frac{1}{2}$ vielfältiget.

Wie viel machen $\frac{3}{5}$ von 30? Antwort: 18.

Was ist die Hälfte von $4\frac{5}{7}$? Antwort: $2\frac{5}{14}$.

Was kommt heraus, wann 17 fl. 16 Stüver 4 Pfennige durch $6\frac{3}{4}$ multiplicirt werden? Antwort: 120 fl. 4 Stüver, 11 Pfennige.

Exempel
zur Division der gebrochenen Zahlen.

Wenn $\frac{3}{4}$ einer Elle $\frac{2}{3}$ Gulden kosten, was kostet die ganze Elle? Antwort: $\frac{8}{9}$ Gulden.

Durch was für eine Zahl müssen $\frac{3}{7}$ getheilt werden, damit der Quotient $\frac{2}{3}$ herauskomme? Antwort: $\frac{9}{14}$.

Durch was für eine Zahl muß man $3\frac{1}{2}$ multipliciren, damit das Product $\frac{1}{4}$ sey? Antwort: $\frac{1}{14}$.

Den wie vielsten Theil von $\frac{9}{10}$ machen $\frac{3}{5}$? Antwort: $\frac{2}{3}$.

Man

Man soll unter 25 Personen eine Summe von 225 Gulden und 8 Stüver theilen, wie viel bekommt ein jeder? Antwort: $9\frac{2}{125}$ fl.

Exempel
zur Regel der Gesellschaft

Zwey Kaufleute sind in Gesellschaft getreten, der eine hat $\frac{2}{5}$ eingesetzt, der andere $\frac{3}{5}$: sie gewinnen 205 fl.; diese sollen getheilt werden; es fragt sich also, wie viel bekommt ein jeder? Antwort: Der erste 82 fl., der andere 123 fl.

Drey Bauren miethen zusammen eine Wiese für 605 Gulden, der erste hat darauf 5 Ochsen $4\frac{1}{2}$ Monat lang gehen, der andere 8, und zwar 5 Monate, der dritte 9 auf $6\frac{1}{2}$ Monate. Wie viel muß ein jeder zu solcher Miethe geben? Antwort: der erste muß $112\frac{1}{2}$ fl. geben, der andere 200 fl. und der dritte $292\frac{1}{2}$ fl.

Drey kaufen in Gesellschaft eine Actie in der Banco, zu welcher der erste 4000 fl. vor einem Jahre gegeben hat; der andere 3000 fl. vor 15 Monaten; und der dritte 5000 fl. vor 8 Monaten. Nun haben sie 665 Gulden zu theilen; man fragt, was bekommt ein jeder? Antwort: der erste 240 fl. der andere 225 fl. und der dritte 200 fl.

Ein Kaufmann hat seinem Freunde 1470 fl. auf drey Jahr ohne Interesse geliehen; dieser Freund leihet jenem zum Dank $122\frac{1}{2}$ fl. und läßt ihm solches 18 Jahr; nun fragt sichs, ob des letzten Dienst dem Dienste des erstern gleich sey?

fl.

fl. 1470 } — Dienst.
3 }

Dienst * — { $122\frac{1}{2}$
18

---

245. 1470 } — X
3 }

X * — { 122 $\frac{1}{2}$ — 245
2 18. 3

Antwort: Der Dienst, den der andere dem ersteren leistet, ist nur $\frac{1}{2}$ so groß, als die ihm erwiesene Gefälligkeit.

Peter hat an Johann 4000 fl. auf 4 Jahr ohne Interesse geliehen; wie viel muß Johann an Petern auf 5 Jahr leihen, damit er ihm $\frac{3}{4}$ des Dienstes erweise?

fl. 4000 }
Jahre 4 } — Dienst.

Dienst $\frac{1}{4}$ — { * fl.
5 Jahre.

---

800. 4000 } — X
4 }

$\frac{3}{4}$ — { * $\frac{5}{4}$

Antwort: 2400 fl.

Mich

Mich deucht, ich habe Exempel genug vorgetragen, welche die gegebene Anweisung erläutern, und denen die Sache leicht machen können, welche unsre allgemeine Regel lernen wollen; zumal da ein jedes Exempel auf so vielerley Art gemacht werden kann, darnach vielerley Benennungen in einer jeden Frage sind, wie gleich im Anfange ist gezeiget worden. Die bisher abgehandelten Fragen, und die Auflösungen derselben, beweisen deutlich genug, daß keine Regel in der Rechenkunst sey, die nicht auf unsere gezogen werden könnte. Demohngeachtet wollen wir noch einige Exempel beyfügen, ohne die Auflösung hinzu zu schreiben, damit alle Liebhaber Gelegenheit haben mögen, sich in unserm bisher gegebenen Unterricht zu üben.

Zugabe
auserlesener Exempel zur Uebung in dem vorhergehenden Unterricht

I. Ein Gerber kauft 4348 Ochsenhäute, wovon 10 Stück 16 fl. und 16 Stüver, nebst 4 von 100 Tare kosten: man fragt, wie viel muß er für 4348 Häute zahlen? Antwort: $7012\frac{24}{625}$ fl.

II. Ein Kaufmann kaufet 3 Tonnen Honig, die eine wieget 235 ℔., die andere $340\frac{1}{2}$, und die dritte 400 ℔. Der Preis ist gesetzt zu 3 fl. 17 Sols für 23 ℔., und die Tare zu

20 von hundert; es fragt sich, wie viel muß er für die 3 Tonnen zahlen? Antw. $103\frac{727}{1150}$ fl.

III. Petrus borget vom Paulo 40 Gulden, er behält sie 6 Wochen, darauf giebt er sie ihm wieder, und leihet ihm zugleich 70 fl. zur Dankbarkeit; es fragt sich, wie lange kann Paulus die 70 fl. behalten, damit beyder Dienste einander gleich werden? Antwort: Paulus kann die 70 fl. 3 Wochen und 3 Tage behalten.

IV. Man hat 9 Ellen 11 Viertheile breites Zeug gekauft; wie viel Ellen muß man haben, es mit 8 Viertheile breitem Zeug zu futtern? Antwort: $12\frac{3}{8}$ Ellen.

V. Ein Frauenzimmer hat 9 Ellen 11 Viertheile breites Zeug zum Kleide gekauft; der Schneider verlangt 18 Ellen zum Unterfutter; es fragt sich, wie breit muß das Unterfutter seyn? Antwort: $5\frac{1}{2}$ Viertheile.

VI. Ein Fleischer kauft 3345 Hammel, so daß 35 48 Gulden kosten, und allezeit 4 Hammel auf 100 rabbatiret werden. Es fragt sich, was muß er für 3345 geben? Antw. $4403\frac{163}{175}$ fl.

VII. Ein Kornhändler verkauft ein Maaß Haber für 5 Stüver, und findet, daß er 12 bey 100 verliert; es fragt sich, was hat ihm das Maaß Haber gekostet? Antwort: 5 Stüver $10\frac{10}{11}$ Pfennige, den Stüver zu 16 Pfennige gerechnet.

Nach

Nach deutschem Gelde, wenn das Maaß Haber zu 5 ggr. verkaufet wäre, würde die Antwort seyn: 5 ggr. $8\frac{2}{11}$ pf.

VIII. Ein Kaufmann kauft ein gewisses Maaß Haber für 5 Stüver $10\frac{1}{2}$ Pfennige, wie theuer muß er es wieder verkaufen, um 12 mit 100 zu gewinnen? Antwort: für 6 Stüver $5\frac{9}{25}$ Pfennige.

Setzen wir dieses Exempel nach deutschem Gelde also: Ein Kaufmann kaufet ein gewisses Maaß Haber für 5 ggr. $10\frac{1}{2}$ pf., wie theuer muß er es wieder verkaufen, um 12 mit 100 zu gewinnen? so wäre die Antwort: 6 ggr. $6\frac{24}{25}$ pf.

IX. Ein Kaufmann erhandelt für 36 fl. Korn, das Maaß zu 12 Stüver; er findet sich genöthiget, mit Schaden zu verkaufen; nachdem dieses geschehen, findet sich, daß er 5 fl. verloren hat; daher wird gefragt, wie theuer hat er das Maaß wieder verkauft? Antwort: $10\frac{1}{3}$ Stüver.

Bey diesem Exempel kömmt eben das heraus, wenn ggr. anstatt Stüver gesetzet wird.

X. Ein Kaufmann hat für 36 fl. Korn gekauft, so daß ein gewisses Maaß 12 Stüver kostet; er will damit 5 fl. gewinnen, wie hoch muß er also das Maaß wieder verkaufen? Antwort: 13 Stüver $10\frac{2}{3}$ Pfennige. Setzet man ggr. anstatt Stüver, ist der Preis im Verkaufe 13 ggr. 8 pf.

XI. Ein Tuchhändler kauft eine Menge Tuch, die Elle zu 3 fl. 5 Stüver; er ist willens, $13\frac{1}{2}$ mit hundert dabey zu gewinnen; wie hoch muß er also die Elle wieder verkaufen? Antwort: 3 fl. 13 Stüver, $12\frac{2}{5}$ Pfennige.

XII. Ein Kaufmann kauft eine Menge Tuch, die Elle zu 3 fl. und 1 Stüver, er verkauft die Elle wieder vor 4 fl., wie viel hat er mit 100 gewonnen? Antwort $23\frac{1}{13}$ fl.

XIII. 100 ℔. fläm. bringen jährlich $12\frac{7}{8}$ ℔. fläm. ein, wie viel geben 276 in $9\frac{3}{4}$ Monaten? Antw. 28 ℔. fläm. 17 ßl. $5\frac{13}{46}$ Groot.

Merke: 1 ℔. flämisch hält 20 ßl. fläm. und 1 ßl. fläm. hält 12 Groot.

XIV. 213 ℔. fläm. 8 ßl. und 5 Groot stehen auf 8 pro Cent jährliche Zinsen. Wie hoch belaufen sich die Interessen, wenn sie in 23 Jahren nicht bezahlet sind? Antwort: 392 ℔. fläm. 13 ßl. $10\frac{16}{25}$ Groot.

In deutschem Gelde würde das dreyzehnte Exempel also heissen: 100 Rthlr. bringen jährlich $12\frac{7}{8}$ Rthlr., wie viel geben 276 Rthlr. in $9\frac{3}{4}$ Monaten? Antw. 28 Rthlr. 20 gr. $11\frac{19}{100}$ pf. Imgl. das 14te: Wenn 213 Rthlr. 8 ggr. 5 pf. auf 8 pro Cent jährliche Zinsen ausgethan sind; so fragt es sich, wie hoch sich solche Zinsen in 23 Jahren erstrecken? Antwort: 392 Rthlr. 13 ggr. $2\frac{4}{5}$ pf.

Nachdem ich angemerket habe, daß ein holländischer Gulden 20 Stüver, ein Stüver 16 pf., ein ℔. flämisch 20 ßl. flämisch, und ein Schilling flämisch 12 Groot oder 6 Stüver ausmachen: wird ein jeder die Exempel, so in holländischem Gelde gegeben sind, leicht auflösen können, ohne daß ich nöthig habe, sie mit deutschem Gelde hin zu setzen.

XV. Eine Leinwandshändlerin kauft 64 Ellen Leinwand für 48 fl.; sie verkauft die Elle für 14 Stüver wieder; es fragt sich, ob sie gewinnet oder verlieret?

Ob gleich diese und andere dergleichen Fragen nicht schwer aufzulösen sind, wenn man der gegebenen Anweisung folget, so wollen wir doch diese deutlich vor Augen legen, damit man sich in allen dergleichen Fällen darnach richte, wenn die Fragen nemlich auf besondere Art ausgesprochen werden.

Ellen 64 — 48 ausgelegte fl.
Empfangene fl. $\frac{14}{20}$ — 1 Elle.
Ausgelegte fl. 48 — * empfangene fl.

Nachdem wir die Frage also vorgelegt haben, so sieht man leicht, wie sie auszusprechen sey: für 64 Ellen sind 48 fl. ausgelegt, und für eine Elle bekömmt man 14 Stüver; wie viel fl. bekömmt man für 48 ausgelegte fl.

16. 64 — 48
14 — 1
—
20
48 — *
20. 5

Antwort: 44 fl. 16 Stůver. Ziehet man diese von 48 fl. ab, so findet sich ein Verlust von 3 fl. 4 Stůver.

XVI. Eine Leinwandhändlerin hat für 48 fl. Leinwand gekauft, sie verkauft die Elle für 16 Stůver, und gewinnt damit 3 fl. 4 Stůver; es wird gefraget, wie viel Ellen sie eingekauft hat? Antwort: 64 Ellen.

XVII. Man gewinnt mit 40 fl. in 7 Jahren 36 fl. wie bald gewinnt man mit 70 fl. 120 fl.? Antwort: in 13 Jahren und 4 Monaten.

XVIII. 100 lb. kosten 125 Gulden; wie viel gewinnt man auf hundert, wenn man das lb. vor 27 Stůver wieder verkauft? Antwort: 8 fl. mit hundert.

Dieses Exempel műßte auf folgende Art angesetzet werden:

Einkauf fl. 125 — 100 lb.
lb. 1 — $\frac{27}{20}$ fl. Verkauf.
Verkauf fl. * — 100 Einkauf.

Siehe die Anmerkung S. 79.

XIX. 100 lb. kosten 125 fl., wie theuer muß man das lb. wieder verkaufen, um 10 mit hun-

derten

derten zu gewinnen? Antwort: $27\frac{1}{2}$ Stüver. s. oben S. 80.

X .. Wenn 100 lb. 125 fl kosten, und das lb. wird für 1 fl. wieder verkauft; so fragt sichs, wie viel dabey verlohren wird? Antwort: 25 fl.

XXI. Man kauft 100 lb. Indigo für $62\frac{1}{2}$ lb. fläm. und verkauft 10 lb. wieder für 7 lb. fläm. wie viel ist hier mit 100 gewonnen? Antwort: 12 mit hundert. s. das vorstehende 18te Exempel.

XXII. 100 lb. Indigo sind, das lb. für 12 ßl. fläm. verkauft, man findet, daß an hundert 4 verlohren, es fragt sich deshalb, wie viel lb. flämisch haben jene hundert lb. gekostet? Antwort: $62\frac{1}{2}$ lb. fläm.

Würde also stehen:

lb. 1 — 12 ßl. fläm. Verkauf.
Verkauf ßl. fläm. 96 — 100 ßl. fläm. Einkauf.
ßl. fläm. 20 — 1 lb. fläm.
lb. fläm. * — 100 lb.

XXIII. Man verliehrt $4\frac{1}{2}$ lb. fläm. an $62\frac{1}{2}$ lb. fläm. mit welchen man 100 lb Indigo bezahlt hatte; es fragt sich, wie hoch ist das lb. also verkauft worden? Antwort: $13\frac{4}{5}$ Schill. fläm.

Kann also angesetzet werden:

lb. 100 — $62\frac{1}{2}$ lb. fläm. Einkauf.
Eink. lb. fläm. $62\frac{1}{2}$ — 58 lb. fläm. Verkauf.
lb. fläm. 1 — 20 ßl. fläm.
ßl. fläm. * — 1 lb.

Setzet man noch die Verhältniß der ßl. fläm. zu den Stüvern oder Grooten, so findet man die Antwort

wort in einer von beyden letzten Münzen. Lässet man hingegen die Verhältnissen des Geldes gar weg, so bekömmt man tb. flämisch in der Antwort. Man siehet hieraus, daß man die kleinern Münzen auf eben die Art in den Satz bringet, als wenn z. E. Gulden in Thaler sollen verwandelt werden.

XXIV. Es werden 8 tb. Ingwer mit 5 fl. gekauft, wie theuer müssen 4 tb. wieder verkauft werden, um 20 mit hundert zu gewinnen? Antwort: 3 fl.

XXV. Wenn 8 tb. 5 fl. kosten, wie viel gewinnt man mit hundert, wenn das tb. für 16 Stüver versellet wird? Antwort: 28 fl. s. das 18te Exempel.

XXVI. 8 tb. haben 5 Gulden gekostet, man verliehrt beym Verkauf 5 auf hundert, wie hoch ist also das tb. verkauft worden? Antwort: $11\frac{7}{8}$ Stüver. s. das 23ste Exempel.

XXVII. 100 tb. Waaren kosten 125 fl.; wie theuer muß das tb. davon verkauft werden, wenn 8 mit 100 sollen gewonnen werden? Antwort: 28 Stüver.

XXXVIII. Wenn man 25 Eyer für $7\frac{1}{2}$ Stüver verkauft, wie theuer müssen 100 eingekauft werden, damit man 6 fl. 15 Stüver mit 3600 Eyern gewinne? Antwort: 26 Stüver 4 Pfennige.

Weil

Weil $7\frac{1}{2}$ der Preis im Verkaufe ist, und also das ausgelegte Geld mit dem Vortheil zusammengenommen andeutet; hingegen 6 fl. 15 Stüver den Vortheil allein, ohne das ausgelegte Geld, anzeigen; ein jeder aber von diesen Namen in der Aufgabe nur einmal vorkommt; so könnet ihr, wenn ihr den Satz machen sollet, dieselben nicht in beyden Columnen bekommen; daher kann dieses Exempel nicht auf einmal gerechnet werden. Allein ihr sehet, daß ihr aus den bekannten Umständen den Preis der 3600 Eyer im Einkauf finden könnet: denn da $7\frac{1}{2}$ Stüver der Preis von 25 Eyern im Verkaufe ist, so findet ihr daraus leicht den Preis von 3600 Eyern im Verkaufe. Da ihr nun wisset, daß unter solchem Preise 6 fl. 15 Stüver Vortheil stecken; so ziehet diesen Vortheil von 1080 Stüver, oder dem Verkaufe der 3600 Eyer, ab. Auf solche Weise bekommet ihr den Preis derselben im Einkaufe (945 Stüver). Nunmehro könnet ihr sagen: Wie theuer muß man 100 Eyer einkaufen, wenn man 3600 für 945 Stüver einkaufen muß, um 6 fl. 15 Stüver zu gewinnen?

XXIX. Wenn 4 Zitronen für $1\frac{1}{4}$ Stüver verkauft werden, wie theuer müssen 5 Zitronen eingekauft werden, um $9\frac{3}{8}$ mit hundert zu gewinnen? Antwort: 2 Stüver.

Dieses Exempel hingegen kann auf einmal gerechnet werden, weil 100 den Einkauf mit einer gewissen Zahl ohne Abzug anzeigen, welches bey dem vorigen fehlete.

```
              3
      4 — 1 — 7
              4
      3
5. 125. 875. 109| —   — 100. 4
      8
      *   — 5
      4   — 8. 2
```

XXX. Eine Leinwandshändlerin verkauft die Elle Leinwand für 14 Sols, und gewinnt dadurch 12 mit hundert. Wie viel würde sie mit hundert gewinnen, wenn sie die Elle für 15 Sols verkaufte? Antwort: 20 fl. mit hundert.

```
14 — 15
*  — 112
```

XXXI. Wenn eine Leinwandshändlerin die Elle Leinwand für 10 Stüver verkauft, so verliert sie an 64 Ellen 4 fl. Es fragt sich daher: wie hoch hat sie die Elle eingekauft?

Nach dem Original lautet es also: Eine Leinwandshändlerin verkauft eine Elle Leinwand um 10 Stüver, und verliert dabey 4 fl. auf 64; wie theuer hat sie eine Elle eingekaufet? da man denn zur Antwort bekömmet: $10\frac{2}{3}$ Stüver, welches leicht zu rechnen ist. Allein wenn wir es so nehmen, wie es in der Uebersetzung stehet: so finden wir abermals, daß wir dieses Exempel, der bey Numero 29 angeführten Ursachen halber, nicht auf einmal berechnen können. Da wir jedoch den Preis einer Elle im Verkaufe wissen, lässet sich daraus leichtlich der Preis von 64 Ellen im Verkaufe finden: derselbe ist 32. Da uns

ferner bekannt ist, daß 4 fl. Verlust seyn sollen, müssen diese zu dem gefundenen Preise 32 zugesetzet werden, und alsdann können wir sagen: Wie theuer ist eine Elle eingekaufet, wenn 64 Ellen 36 fl. gekostet haben? Antwort: $11\frac{1}{4}$ Stüver.

XXXII. Wenn man die Elle Leinwand für 10 Stüver verkauft, so verlieret man auf 64 fl. 4 fl.; wie viel Ellen sind also für 64 fl. eingekauft? Antwort: 120 Ellen.

XXXIII. Wenn 4 Ellen Leinwand für 3 fl. verkauft werden, so gewinnt man 13 mit 78; wie hoch muß man 10 Ellen verkaufen, um 12 mit hundert zu gewinnen? Antwort: $7\frac{1}{5}$ fl. Wird also angesetzet:

4	—	3
91	—	78
100	—	112
*	—	10

XXXIV. Man kauft 120 Ellen Leinwand für 64 fl. ein; wie hoch muß die Elle wieder verkauft werden, um die Hälfte damit zu gewinnen? Antwort: 16 Stüver.

XXXV. Wenn man 2 Pfund Zimmet für 21 ßl. fläm. verkauft, so gewinnt man 5 mit hundert; wie theuer muß das Pfund verkauft werden, um 10 mit hundert zu gewinnen? Antwort: das Pfund für 11 ßl. fläm. s. das 33ste Exempel.

XXXVI. Wenn das Pfund für 11 ßl. fläm. verkauft wird, gewinnt man 10 mit 100; wie groß ist der Gewinn, wenn das Pfund für 10 ßl. fläm. verkauft wird? Antwort: Man wird weder gewinnen noch verlieren.

XXXVII. Ein Kaufmann zahlt an seinem Gläubiger ohne Interesse 900 fl. 12 Monat nach der gesetzten Zeit; eben dieser Gläubiger wird dem andern bey einer sich ereignenden Gelegenheit 1350 fl. schuldig; nun fragt sichs, wie lange kann er dieses Geld ohne Interesse behalten, um die ihm im gleichen Fall erwiesene Gefälligkeit wieder einzubringen? Antwort: 8 Monat.

XXXVIII. Peter war Johannen 1000 fl. schuldig; hiervon bezahlt er 300 fl. 3 Monat nach dem gesetzten Termin, und 700 fl. 4 Monat nach dem gesetzten Termin; bey andrer Gelegenheit wird Johann ein Schuldner von Petern, weil er 750 fl. von ihm borget; es fragt sich, wie lange kann er sie nach dem gesetzten Termin behalten? Antwort: $4\frac{14}{15}$ Monate: oder 4 Monate 28 Tage.

Weil es einerley ist, ob man die Zinsen von 300 fl. auf 3 Monate, oder von 3mal 300 fl. auf 1 Monat rechnet: so könnet ihr 300 mit 3 und 700 mit 4 multipliciren; die Producte addiren, und alsdenn verfahren, wie oben S. 147.

XXXIX. Ein mit 300 Mann beladenes Schiff hat auf 12 Monat so viel Brodt, daß ein jeder täglich 20 Unzen bekommen kann: Nachdem es aber sechs Monat lang in See gewesen, so hält man für wahrscheinlich, daß die Reise noch neun Monat lang dauren wird; man setzt deshalb 50 Mann ans Land, und verringert zugleich die Portions. Es fragt sich, wie viel bekommt alsdenn ein jeder Schiffmann? Antwort: Täglich 16 Unzen.

Man muß zuvörderst die Zeit, da die Aenderung getroffen wird, von der Zeit abziehen, welche man zur Richtschnur genommen hat, die Menschen den Proviant zu bestimmen. Wenn dieses geschehen ist, verfähret man wie oben S. 154. Demnach stehet unser Exempel also.

Menschen 300 }
Monate 6 } — Brodt.
Unzen 20 }

Brodt. — { 250 Menschen.
{ 9 Monate.
{ * Unzen.

Ich will ein Exempel hinzufügen, welches die Sache ganz klar machet. 400 Menschen sind auf 15 Monate mit Proviant versehen, und zwar so, daß ein jeder täglich 20 Unzen bekömmet. Nachdem dieselben 12 Monate gezehret haben, findet es sich, daß sie noch 12 Monate von dem Uebrigen leben müssen. Damit dieses desto füglicher geschehen

schehen könne, schaffen sie die unnützen Mäuler weg; dadurch bleiben nur noch 100 Personen. Man soll sagen, wie viel ein jeder nunmehro täglich bekommen kann? 12 von 15 bleiben 3. Ihr müsset demnach den Satz machen, wie folget:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Menschen} & 400\\ \text{Monate} & 3\\ \text{Unzen} & 20\end{array}\right\} \text{— Brodt.}$$

$$\text{Brodt —}\left\{\begin{array}{l}100\ \text{Menschen.}\\ 12\ \text{Monate.}\\ *\ \text{Unzen.}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{r}4\not{0}\not{0}\\ \not{3}\\ 20\end{array}\right\} — X$$

$$—\left\{\begin{array}{l}1\not{0}\not{0}\\ \not{1}\not{2}.\ 4\\ *\end{array}\right.$$

Antwort: 20 Unzen.

Hier siehet man leicht, daß der vierte Theil der Menschen auf eine vierfache Zeit eben so viel Brodt bekommen könne, als eine vierfache Anzahl Menschen auf eine einfache Zeit. Auf der angeführten 154sten Seite ist ein Exempel von Gelde. Man kann auch nach diesem Exempel berechnen, wie man in Belagerungen mit der Mund- und Kriegsprovision wirthschaften müsse. Wenn dahero ein Commendant weiß, wie stark der Angriff

seyn

seyn werde, wie seine Festung beschaffen sey, wie viele Menschen er derowegen ohngefehr nächtlich zur Ausbesserung der Werke nöthig habe; wenn er sich ferner im Anfange bekannt machet, wie viele Menschen in der Stadt sind, und wie viel dieselben täglich von dem vorräthigen Proviant verzehren: so wird er im Stande seyn, ziemlich gewiß vorher zu sagen, wie lange er sich halten könne, und im Falle der Entsatz nicht frühe genug anlangen kann, zu rechter Zeit die unnützen Mäuler in hinlänglicher Anzahl wegzuschaffen wissen.

XL. Wenn 550 ℔. Pfeffer das ℔. für 6 Stüver eingekauft, und für $7\frac{1}{2}$ Stüver wieder verkauft werden, aber zugleich an jedem hundert am Gewichte 2 Pfund verloren gehen, so fragt man, wie groß an hundert der Gewinn sey? Antwort: 5 an hundert.

Man kann es auf diese Weise einrichten:

Eink. Stüv. 6 — 1 ℔. Einkauf.
Eink. ℔. 100 — 98 ℔. Verkauf.
Verk. ℔. 1 — $7\frac{1}{2}$ Stüv. Verkauf.
Verkauf * — 100 Einkauf.

XLI. Ein Kornhändler zahlt für eine Last Korn 75 Reichsthaler, da er es einzeln wieder verkauft, verliert er an jeder Last drey Scheffel; er verkaufts aber für 81 Reichsthaler. Man fragt: wie viel gewinnet er, gesetzt,

daß

daß eine Last aus 108 Scheffeln besteht? Antwort: 5 mit 100.

Der Satz kann auf diese Art gemacht werden.

75 — 108			75 — 105		
108 — 105	oder		108 — 81		
108 — 81			* — 100		
* — 100					

XLII. Man braucht 60 Mann 45 Tage lang, ein Festungswerk aufzurichten; wie bald würde es seyn fertig geworden, wenn man 40 Mann dazu genommen hätte? Antwort: in $67\frac{1}{2}$ Tagen.

XLIII. 45 Mann endigen ein gewisses Werk in 30 Tagen; wie bald würde es seyn fertig geworden, wenn 270 darzu gebraucht wären? Antwort: in 5 Tagen.

XLIV. Ein Kaufmann kauft 366 Pfund Indigo für 256 Pfund flämisch und 4 ßl. flämisch; er verkauft das Pfund für 16 ßl. flämisch; man will wissen, wie viel er dabey gewinnet. Antwort: 36 Pf. flämisch und 16 ßl. flämisch.

Weil der Preis von 366 Pfund im Einkaufe gegeben ist, darf man nur deren Preis im Verkaufe aus dem Preise eines Pfundes finden, und alsdenn jenen von diesem abziehen.

Geome-

Geometrische Fragen.

Wir haben bereits die Vortheile unsrer allgemeinen Regel in geometrischen Rechnungen vor Augen gelegt; indem sie uns der Mühe überhebet, viele lange und beschwerliche Multiplicationes und Divisiones vorzunehmen. Wir wollen noch verschiedene Aufgaben, in welchen gleichfalls eine geometrische Verhältniß befindlich ist, mit den Auflösungen hinzuthun; damit man sowohl die Art, selbiger sich zu bedienen, als auch den Nutzen mit mehrern einsehe.

I. Wenn man zum Grunde setzt, daß ein Viereck, welches im Circul beschrieben ist, sich zum Circul wie 7 zu 11 verhält; ferner, daß die Diagonallinie eines Vierecks, wenn sie durch ihre Hälfte multiplicirt wird, die Aream des Vierecks giebt; nicht weniger, daß die Diagonallinie eines Vierecks, welches in einem Circul beschrieben ist, seinem Diameter gleich ist; endlich, wenn man die Grösse des Diameters eines Circuls weiß: so ist es sehr leicht, die Aream selbst zu finden. Wenn man z. E. einen Circul hätte, dessen Diameter 7 Fuß lang wäre: so müßten wir die Regel also setzen, um die Aream zu bestimmen.

```
  7̸ —      11
      ⎧     7̸
      ⎨  2̸
* — ⎩  3̸ — 7
         2̸
2
```

Antwort: $38\frac{1}{2}$ Quadrat-Fuß.

II. Es ist erweislich, daß ein Viereck, dessen Diagonal-Linie der Circumferenz eines Circuls gleich ist, sich zur Area des Circuls wie 44 zu 7 verhält. Will man nun die Aream eines Circuls, dessen Umkreis bekannt ist, finden, so muß man sich die Verhältniß auf folgende Art vorstellen: Die ganze Circumferenz multiplicirt durch die Hälfte, verhält sich zur Area des Circuls wie 44 zu 7; hat man z. E. eine Circumferenz von 22 Fuß, so ist die Regel folgendermassen zu setzen, wenn die Area herauskommen soll.

```
2. 4̸4̸ — 7
   * ⎧ 2̸2̸
     ⎩ 11
```

Antwort: $38\frac{1}{2}$ Quadrat-Schuhe.

III. Wenn uns die Länge und Breite eines Rectanguli in gewissen Maassen gegeben ist, so kann man die Aream eines Rectanguli nach anderen Maassen leicht bestimmen; man braucht nur die Verhältniß, wie folget, zu setzen. Die Zahl, welche anzeiget, wie oft das kleinere

Maaß

Maaß in dem grössern enthalten ist, zweymal gesetzet, verhält sich zur Breite wie die Länge zum Inhalt des Rectanguli in grösserm Maasse: z. E. es wäre uns ein Rectangulum gegeben, welches 30 Zoll breit, und 183 Zoll lang wäre; soll nun gefunden werden, wie viel Quadrat-Schuh in der Area des Rectanguli stecken: so muß man die Zahl der Zolle, die in einem Fusse befindlich sind, in einer Columne zweymal setzen, in der andern aber die Zahl, welche die Breite des Rectanguli ausdrückt; unten darunter die Zahl, welche die Länge anzeiget, und gegen über den kleinen Stern, der die Aream, welche man sucht, bedeutet.

Zolle 12 } — 30 Breite.
12 }
* — 183 Länge.

---

2. ~~12~~ } — ~~30~~. 5
4. ~~12~~ }
~~183~~. 61

Antwort: $38\frac{1}{8}$ Quadrat-Schuh.

Hierbey stehet zu bemerken, daß es nicht einerley ist, wenn man sagt: die Zahl der kleinen Theile, so in einer Grösse enthalten, zweymal gesetzet; und wenn man sagt: es sind doppelte kleine Theile in einem grossen. Dieserhalb haben wir die Zahl 12 zweymal gesetzt, und nicht sofort 24. Eben dieses muß man in allen Aufgaben merken, wo es heisset zweymal, dreymal u. s. w.

IV.

IV. Wenn die Breite eines Rectanguli durch ein gewisses Maaß ausgedrückt ist, und die Länge durch eine andere, wie soll man da die Aream des Rectanguli durch ein grösseres Maaß angeben? Weil die Breite durch das eine Maaß eben so bestimmet ist, wie die Länge durch ein anderes; so ist es unnöthig, die Zahl zweymal hinzusetzen, welche die kleinen Theile, die in einer grossen stecken, andeutet: sondern es ist hinlänglich, daß man sie einmal hinschreibt. Z. E. es hätte ein Brett 30 Zoll in der Breite, und $15\frac{1}{4}$ Fuß in der Länge, so würden wir die Regel also einrichten müssen, um die Aream zu finden.

$$\begin{array}{ccc} 12 & — & 30 \\ * & — & 15\frac{1}{4} \end{array}$$

Antwort: $38\frac{1}{8}$ Quadrat Schuhe.

V. Wenn die Area einer Figur durch ein gewisses Maaß angegeben ist, so fraget es sich, wie die Area eben solcher Figur durch ein anderes Maaß zu bestimmen? In dergleichen Aufgaben sind die Verhältnisse auf folgende Art auszumachen. Das Maaß von einer gegebenen Area zweymal gesetzet, verhält sich zum Maasse eines gesuchten Inhalts zweymal genommen, wie die bekannte Area zur gesuchten. Wenn man also den Inhalt von einem Stücke Land von 30 Morgen hat, welche mit Ruthen von $16\frac{1}{2}$ Schuhen gemessen sind, und wollte wissen,

wie

wie viel Morgen dieses Stück in sich hält, wenn man es mit Ruthen von 21 Schuhen ausmässe; so würde man die Regel auf folgende Weise setzen müssen.

$$\left.\begin{matrix}16\frac{1}{2}\\16\frac{1}{2}\end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix}21\\21\end{matrix}\right.$$
$$* \quad - \quad 30$$

Antwort: $48\frac{22}{121}$ Morgen, die mit Ruthen von 21 Schuhen gemessen.

VI. Ein Stück Land, welches eine recht winklichte Figur ist, und 25 Ruthen lang, 16 breit ist, wird auf 30 Thaler geschätzt, wie viel ist ein Acker von gleicher Figur in gleichem Felde werth, welcher $40\frac{5}{6}$ Ruthen lang, und 30 breit ist? Hier ist eine gleiche Verhältniß in der Frage: wie sich die Länge und Breite eines Ackers zu seinem Werth verhält, so verhält sich auch die Länge und die Breite des andern zum Werth, welchen man sucht. Dieserhalb ist der Satz zu machen:

$$\left.\begin{matrix}\text{Breite } 16\\\text{Länge } 25\end{matrix}\right\} - 30 \text{ Rthlr.}$$
$$\text{Rthlr.} * - \left\{\begin{matrix}30 \text{ breit.}\\40\frac{5}{6} \text{ lang.}\end{matrix}\right.$$

Antwort: $91\frac{5}{8}$ Rthlr.

Man

Man sieht aus der gegebenen Anweisung, die vorigen Aufgaben aufzulösen, daß man bloß zweyerley zu messen braucht, nemlich die Länge und die Breite, wenn man den Inhalt der Flächen wissen will; allein wenn man ganze Cörper messen muß, so ist dreyerley zu bestimmen, nemlich die Länge, Breite und die Tiefe. Dieses wollen wir im Folgenden zeigen.

VII. Wenn eine Kugel, deren Diameter 4 Zoll ausmacht, 9 Pfund wieget, so fragt sichs, wie schwer wird eine andere Kugel von gleicher Materie seyn, in welcher der Diameter 8 Zoll groß ist? Wie sich die drey Dimensiones eines Cörpers zu seiner Grösse verhalten, so verhalten sich auch die drey Dimensiones des andern Cörpers zu seiner Grösse.

$$\left.\begin{matrix}4\\4\\4\end{matrix}\right\} - 9$$

$$* - \left\{\begin{matrix}8\\8\\8\end{matrix}\right.$$

Antwort: 72 Pfund.

VIII. In ein kleines Gefäß, welches $\frac{1}{2}$ Fuß lang, breit und tief ist, gehen 2 Maaß Wasser; wie viel Wasser gehet in ein ander Gefäß von eben

eben solcher Figur, welches aber einen Fuß breit, lang und tief ist?

$$\left.\begin{matrix}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\end{matrix}\right\} - 2$$

$$* - \left\{\begin{matrix}1\\ 1\\ 1\end{matrix}\right.$$

Antwort: 16 Maaß.

IX. Zur ordentlichen Ladung einer Canone, deren Calibre 5 Zoll ausmacht, gehören 16 Pfund Pulver; wie viel Pulver gehört in eine Canone, von welcher der Calibre $3\frac{1}{3}$ Zoll groß ist?

$$\left.\begin{matrix}5\\ 5\\ 5\end{matrix}\right\} - 16$$

$$* - \left\{\begin{matrix}3\frac{1}{3}\\ 3\frac{1}{3}\\ 3\frac{1}{3}\end{matrix}\right.$$

Antwort: $4\frac{20}{27}$ Pfund Pulver.

X. Wenn man ein Stück Bley hat, welches 15 Zoll lang, 6 Zoll breit ist; wie hoch muß selbiges seyn, damit man einen vollkommenen Würfel, dessen Seite 12 Zoll hält, davon bekomme?

15
6 } — 1
*

1 — { 12
12
12

Antwort: 19$\frac{1}{5}$ Zoll hoch.

XI. Wenn der Diameter oder Durchmesser einer Kugel gegeben ist, die Converfläche davon zu finden. Es ist erweislich, daß sich das Viereck des Durchmessers zur converen Oberfläche, wie 7 zu 22 verhält. Daher bekommen wir folgenden Satz: Wie sich 7 zu 22 verhält, so verhält sich der bekannte Diameter, zweymal genommen, zur gesuchten converen Oberfläche. Wenn man also zum Diameter einer Kugel 9 Zoll hat, so kann man die convere Oberfläche also finden.

7 — 22
* — { 9
9

Antwort: 254$\frac{4}{7}$ Zoll ist die Grösse der converen Oberfläche.

XII. Wenn der Durchmesser einer Kugel bekannt ist, die ganze Solidität derselben zu finden. Man kann erweisen, daß die Solidität oder der Cubus des Durchmessers sich zur Soli-

dität

dität der Kugel, wie 22 zu 11 verhält. Habt ihr nun z. E. eine Kugel, deren Durchmesser 9 Zoll in sich hat, so saget: wie sich 21 zu 11 verhält, so verhält sich der Diameter, dreymal gesetzet, zur gesuchten Solidität.

$$21 — 11$$

$$* — \left\{\begin{matrix}9\\9\\9\end{matrix}\right.$$

Antwort: $381\frac{6}{7}$ solide Zolle.

XIII. Wenn uns ein dichtes Stück Silber, nebst seinem Werthe gegeben, den Werth eines andern von gleicher Güte zu finden. Es bezieht sich alles folgender Weise auf einander; die Länge, Breite und Tiefe des einen verhalten sich zum Werth des einen, wie die Länge, Breite und Tiefe des andern zum gesuchten Werth. Wenn wir also einen Würfel Silber von 4 Zoll hätten, welcher zwölf Pfund Sterling werth wäre, so könnten wir den Werth eines andern Würfels von 5 Zoll nach dieser Art finden.

$$\left.\begin{matrix}4\\4\\4\end{matrix}\right\} — 12$$

$$* - \begin{cases} 5 \\ 5 \\ 5 \end{cases}$$

Antwort: 23 Pfund Sterlinge 8 Schillinge 9 Pence.

Ein Pfund Sterl. hält 20 Schillinge Sterling, und ein Schilling Sterl. beträget 12 Pence.

XIV. Wenn uns der Calibre und das Gewichte einer Canone bekannt ist, das Gewichte einer andern von gleicher Materie und Art zu finden, davon der Calibre auch bekannt ist? Der Calibre dreymal gesetzet, verhält sich zum Gewichte der einen, wie dreymal der Calibre der andern, zum gesuchten Gewichte. Wäre uns also eine Canone gegeben, deren Calibre $11\frac{1}{2}$ Zoll hätte, und dabey 1900 Pfund schwer wäre, so könnten wir das Gewicht einer andern Canone gleicher Art, deren Calibre $9\frac{1}{5}$ hält, bestimmen.

$$\text{Calibre} \begin{cases} 11\frac{1}{2} \\ 11\frac{1}{2} \\ 11\frac{1}{2} \end{cases} - 1900 \text{ Pfund.}$$

$$\text{Pfund} * \begin{cases} 9\frac{1}{5} \\ 9\frac{1}{5} \\ 9\frac{1}{5} \end{cases} \text{Calibre.}$$

Antwort: $972\frac{4}{5}$ Pfund.

XV. Wenn uns der Calibre und das Gewichte einer meßingenen Canone bekannt ist,

das

das Gewicht einer eisernen Canone zu finden, welche von gleicher Form ist, und dahero eben die Verhältniß zu ihrem Calibre hat, als die erste zu dem ihrigen.

Sollen dergleichen Aufgaben aufgelöset werden, ist nöthig, wie wir oben gewiesen haben, daß einige Uebereinstimmung der Benennungen in beyden Columnen sey: es muß selbige von der Gletchheit beyder Metalle hergenommen werden. Wenn man nun zum Grunde setzt, daß die Verhältniß des Eisens zum Meßing wie 8 zu 9 ist; und daß der Calibre der meßingenen $11\frac{1}{2}$ Zoll stark ist, und 1900 Pfund schwer sey, der Calibre aber der eisernen Canonen $9\frac{1}{5}$ Zoll in sich halte, so setzen wir die Regel also:

Calibre $\left.\begin{array}{l}11\frac{1}{2}\\11\frac{1}{2}\\11\frac{1}{2}\end{array}\right\}$ — 1900 Pfund Meßing.

Pfund Meßing 9 — 8 Pfund Eisen.

Pfund Eisen * — $\left\{\begin{array}{l}9\frac{1}{5}\\9\frac{1}{5}\\9\frac{1}{5}\end{array}\right.$ Calibre.

Antwort: $864\frac{32}{45}$ Pfund Eisen.

XVI. Ein Schiffseil, welches 5 Zoll dicke ist, wieget 8000 Pfund; wie schwer ist ein anderes, das 7 Zoll dicke, aber $\frac{1}{4}$ långer als jenes ist?

$$\left.\begin{array}{l}5\\5\\1\end{array}\right\} - 8000$$

$$* - \left\{\begin{array}{l}7\\7\\1\frac{1}{4}\end{array}\right.$$

Antwort: 19600.

XVII. Ein Schiffseil, welches 14 Zoll dicke, und 1000 Fuß lang ist, wieget 9000 Pfund; wie schwer wird ein anderes seyn, das 16 Zoll dicke, und 1350 Schuh lang ist?

$$\begin{array}{r}\\ \\ \text{Långe}\end{array}\left.\begin{array}{r}14\\14\\1000\end{array}\right\} - 9000$$

$$* - \left\{\begin{array}{l}16\\16\\1350 \text{ Långe.}\end{array}\right.$$

Antwort: $15869\frac{10}{49}$ Pfunde.

XVIII. In eine Tonne, deren Boden 20 Zoll zum Diameter hat, gehn 64 Maaß hinein; wie viel werden in eine Tonne gehen von eben

solcher

solcher Form, in welcher der Diameter 25 Zoll ausmacht?

$$\left.\begin{matrix}20\\20\\20\end{matrix}\right\} — 64$$

$$* — \left\{\begin{matrix}25\\25\\25\end{matrix}\right.$$

Antwort: 125 Maaß.

XIX. 100 Piken lassen sich mit einem Strick, der 5 Schuhe lang ist, zusammen binden; wie viel kann man mit einem Strick, der 8 Fuß lang ist, zusammen binden?

$$\left.\begin{matrix}5\\5\end{matrix}\right\} 100$$

$$* — \left\{\begin{matrix}8\\8\end{matrix}\right.$$

Antwort: 256.

XX. 100 Piken zu binden braucht man einen Strick von 5 Fuß; wie lang muß der Strick seyn, wenn man 256 zusammen binden will? Ich setze diese Aufgabe für diejenigen her, welche die Quadrat-Wurzel auszuziehen wissen; denn ohne diese Verrichtung läßt sichs nicht

nicht auflösen: weil man die Quadrat-Wurzel hier suchet. Die Regel wird also gesetzt:

$$\left.\begin{matrix}8\\8\end{matrix}\right\} — \not{1}\not{0}\not{0}.\ \not{2}\not{0}.\ 4$$

$$256 — \left\{\begin{matrix}**\end{matrix}\right.$$

Ist die gewöhnliche Rechnung vorgenommen, so bekommt man auf einer Seite 4 und auf der andern 256; es wird daher 256 durch 4 getheilt, und alsdenn bekommen wir den Quotienten 64. Dieser Quotient thut der Frage noch kein Genüge; denn es wird die Quadrat-Wurzel zweymal zu wissen verlanget, um den Platz der beyden Sterne anzufüllen. Dieserwegen muß die Wurzel aus 64 gezogen werden; diese ist 8, welche die Zahl auch ausmacht, die die ganze Aufgabe auflöset.

Der Grund dieser Rechnung beruhet auf dem geometrischen Satze, daß die Areä der Zirkel sich zu einander verhalten, wie die Quadrate ihrer Durchmesser.

XXI. Ein Strick, der 18 Zoll lang ist, umgiebt eine gewisse Anzahl Piken; wie oft wird ein Strick, der 54 Zoll lang ist, um eben solche Anzahl herum gehen?

$$\left.\begin{matrix}18\\18\end{matrix}\right\} - X.$$

$$X.\ * - \left\{\begin{matrix}54\\54\end{matrix}\right.$$

Antwort: 9 mahl.

Dieses Exempel müßte ganz schlechtweg so gesetzet werden:

Länge 18 — 1 mal.
mal * — 54 Länge.

Antwort: 3 mal.

Man kann leicht begreifen, daß ein Strick, der dreymal so lang ist als ein anderer, auch nicht mehr als dreymal um eben das Ding herum reichen könne. Wäre die Frage gewesen, wie viele Piken mit einem Stricke, der 54 Zoll lang ist, gebunden werden könnten; so wäre die Antwort recht: denn es ist bekannt, daß ein Zirkel, dessen Durchmesser dreymal so groß ist, als eines andern Durchmesser, neunmal so viel in sich enthalte, als der andere; imgleichen, daß die Umkreise der Zirkel sich zu einander verhalten, wie ihre Durchmesser. Allein grosse Leute fehlen auch, und in Kleinigkeiten am ersten. Herr von Rees hat dieses gewiß besser verstanden.

XXII. Ein Strick von 18 Zoll misset ein Bündel Latten, der 3 Fuß lang ist; wie viel solcher Latten sind in einem andern Bündel, welcher durch einen Strick von 45 Zollen umgeben werden kann, und 24 Schuh lang ist?

18

18 ⎫
18 ⎬ — *
3 ⎭

* — ⎧ 45
⎨ 45
⎩ 24

Antwort: die vorige Zahl 50mal.

Man muß merken, daß die Latten nach Körpermaaß gefunden werden sollen. Hierauf und auf dem geometrischen Satze, daß die Durchmesser der Zirkel sich zu einander verhalten, wie die Peripherien, beruhet die Richtigkeit der Rechnung.

Die zum Besten der Feldmesser vorgetragenen Aufgaben sind hinlänglich, den Nutzen und Vortheil unsrer allgemeinen Regel, in allen Arten der Rechnung, zu erweisen. Diejenigen, welche die geometrischen Verhältnisse verstehen, können sich derselben fast in allen mathematischen Aufgaben, in welchen es auf Verhältnisse ankommt, mit vielen Vortheilen bedienen.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Rees, Kasper Frans de, / Kahle, Ludwig Martin, / Willich, Michael Lorenz,

Allgemeine Regel der Rechenkunst, oder neueste Art, alle Aufgaben, in welchen etwas eine Verhältniß zu andern Dingen hat, kurz und leicht aufzulö sen

Bremen 1787

Math.p. 461 r
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082660-1
VD18 13879995